ALTERNATİF AKIM
KALICI DURUM ANALİZİ

AA KALICI DURUM ANALİZİ

ÖĞRENME HEDEFLERİ

SİNÜSOİDLER
Sinüsoidal sinyaller hakkında temel bilgilerin gözden geçirilmesi

SİNÜSOİDAL VE KARMAŞIK ZORLAMA FONKSİYONLARI
Sinüsoidal bağımsız kaynaklara sahip devrelerin davranışı ve sinüsoidlerin karmaşık üstel fonksiyonlarla modellenmesi

FAZÖRLER
Karmaşık üstel fonksiyonların vektörler olarak temsil edilmesi. Bu durum devrelerin kalıcı durum analizini kolaylaştırır.

EMPEDANS VE ADMİTANS
AA kalıcı durum devresi çalışmasını tanımlamak için bilinen direnç ve iletkenlik kavramlarının genelleştirilmesi.

FAZÖR DİYAGRAMLARI
AA gerilim ve akımların karmaşık vektörler olarak gösterimi

KIRCHHOFF KANUNLARINI KULLANARAK TEMEL AA ANALİZİ

ANALİZ TEKNİKLERİ
Düğüm, çevre, Thevenin ve diğer teknikler

TEMEL TRİGONOMETRİ

TEMEL ÖZDESLIKLER

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

$$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$$

$$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$$

BAZI TURETILMIS ÖZDESLIKLER

$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\sin(\alpha+\beta)+\frac{1}{2}\sin(\alpha-\beta)$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\cos(\alpha+\beta)+\frac{1}{2}\cos(\alpha-\beta)$$

UYGULAMALAR

$$\cos\omega\boldsymbol{t}=\sin(\omega\boldsymbol{t}+\frac{\pi}{2})$$

$$\sin\omega\boldsymbol{t}=\cos(\omega\boldsymbol{t}-\frac{\pi}{2})$$

$$\cos\omega\boldsymbol{t}=-\cos(\omega\boldsymbol{t}\pm\pi)$$

$$\sin\omega\boldsymbol{t}=-\sin(\omega\boldsymbol{t}\pm\pi)$$

RADYAN VE DERECE

$$2\pi \text{ radian } = 360 \text{ derece}$$

$$\theta(\text{rad}) = \frac{180}{\pi}\theta\,(\text{derece})$$

KABULEDILMIS EE GÖSTERIMI

$$\sin(\omega\boldsymbol{t}+\frac{\pi}{2})=\sin(\omega\boldsymbol{t}+90^\circ)$$

SİNÜSOİDLER

Sinüs Fonksiyonu

$$x(\omega t) = X_M \sin \omega t$$

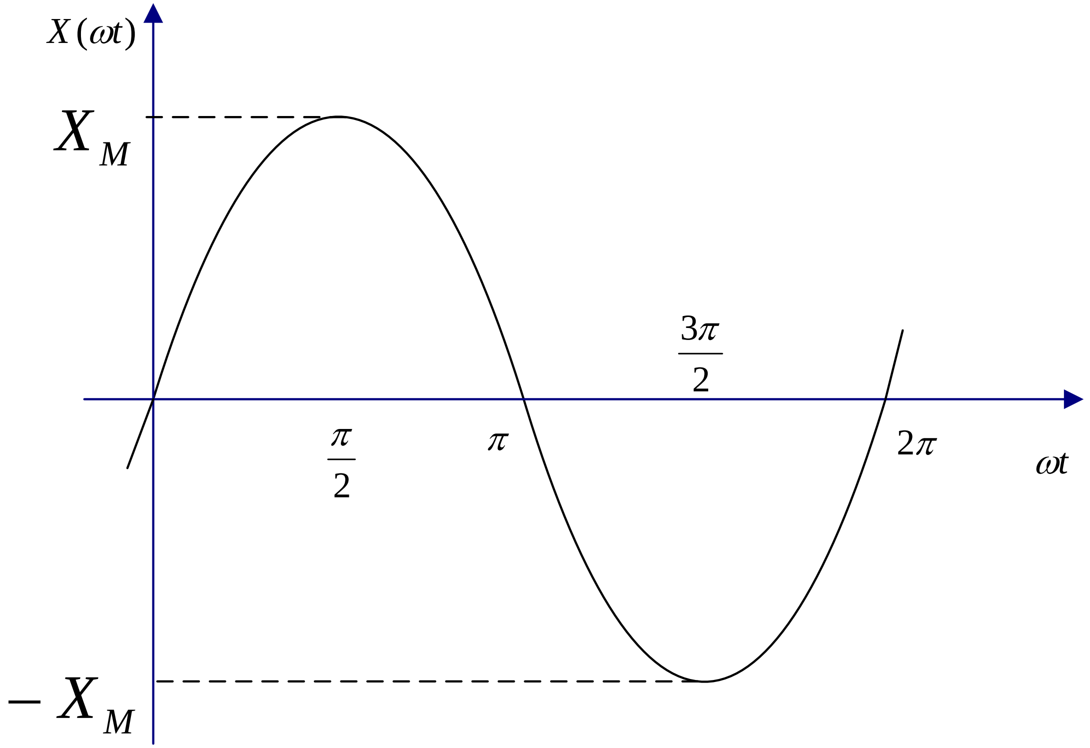
Burada;

$x(\omega t)$: *gerilim v(t) veya akım i(t) olabilir*

X_M : *sinüs fonksiyonunun maksimum değeri (genliği)*

ω : *sinüs fonksiyonunun açısal frekansı*

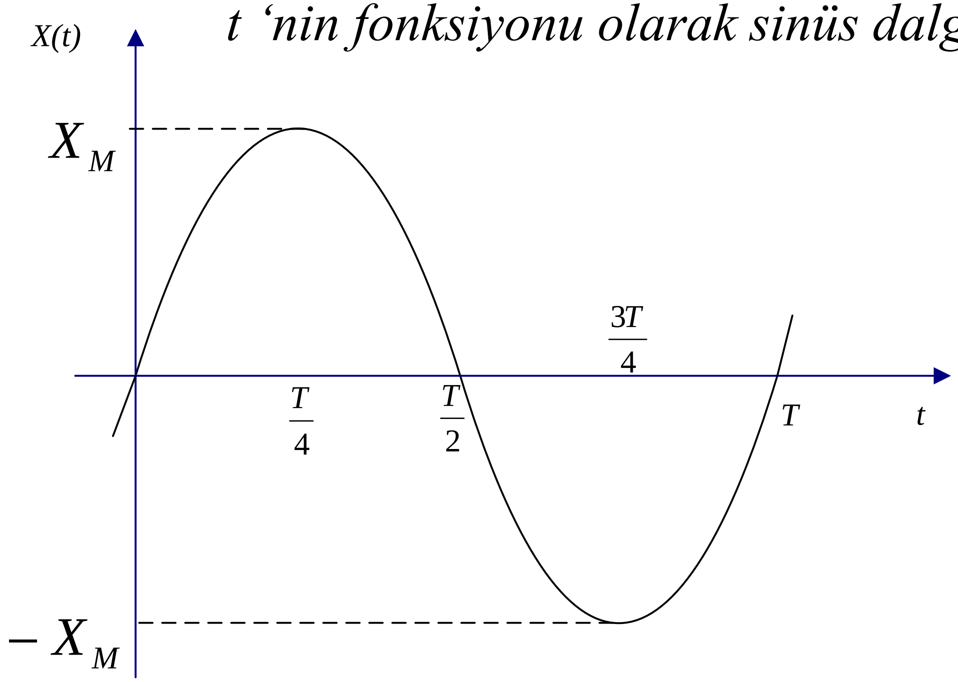
ωt : *sinüs fonksiyonunun argümanı* *ωt ‘nin fonksiyonu olarak sinüs dalga şekli*



Her 2π radyandan sonra fonksiyon kendini tekrarlar

$$x(\omega t) = x(\omega t + 2\pi) = x(\omega t + 4\pi)$$

t ‘nin fonksiyonu olarak sinüs dalga şekli



$$x[\omega(t+T)] = x(\omega t)$$

Bir fonksiyonun bir saykıl tamamlaması için geçen zamana ***periyot*** *denir. Birimi saniye.*

$$f = \frac{1}{T}$$

Bir birimlik süre içinde tekrarlanan saykıl sayısına ***frekans*** *denir. Birimi hertzdir,* ***f*** *ile gösterilir.*

$$f = \frac{1}{T}$$

Önceki şekilden $\omega T = 2\pi$ *olduğunu biliyoruz.*

O halde;

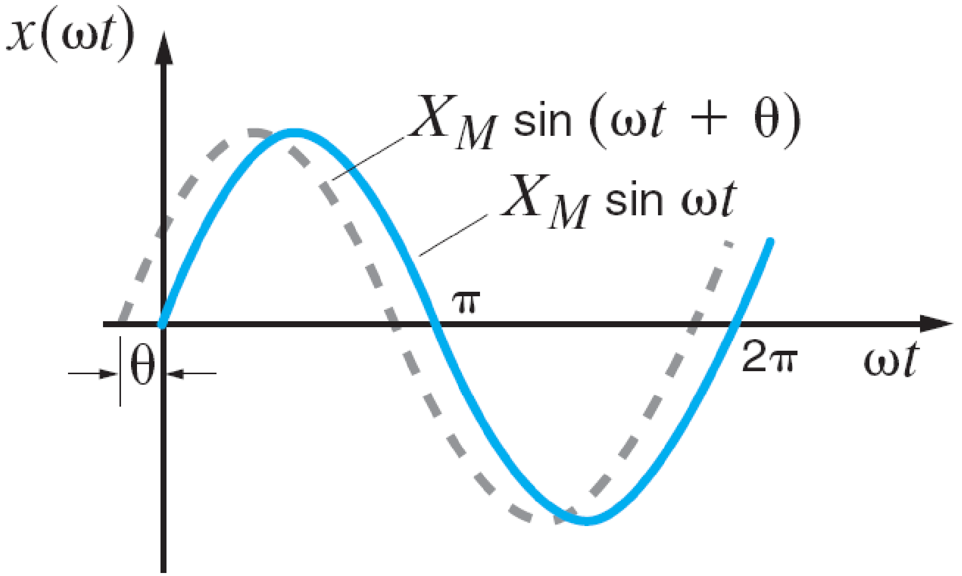
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

buluruz.

Genel Sinüs Denklemi

$$x(\omega t) = X_M \sin(\omega t + \theta)$$

Sinüs fonksiyonunun argümanı (ωt+θ) dır, θ ise faz açısıdır



$X_M \sin \omega t$ *fonksiyonu,* $X_M \sin(\omega t + \theta)$ *fonksiyonundan daha sonra başlamıştır.*

$X_M \sin(\omega t + \theta)$ *fonksiyonu ise* $X_M \sin \omega t$ *fonksiyonundan daha önce başlamıştır.*

Bir Sinyalin parametreleri;

- *Genliği*
- *Frekansı*
- *Faz açısı*

$$x(\omega t) = X_M \sin(\omega t + \theta)$$

Sinüsoidlerin Faz açısı yönünden karşılaştırılması:

$$x_1(t) = X_{M_1} \sin(\omega t + \theta)$$

$$x_2(t) = X_{M_2} \sin(\omega t + \phi)$$ olsun,

$x_1(t)$ *fonksiyonu,* $x_2(t)$ *fonksiyonundan* $(\theta - \phi)$ *kadar ileri fazdadır.*

$x_2(t)$ *fonksiyonu,* $x_1(t)$ *fonksiyonundan* $(\theta - \phi)$ *kadar geri fazdadır.*

Eğer $\theta = \phi$ *ise iki fonksiyon aynı fazdadır.*

Eğer $\theta \neq \phi$ *ise iki fonksiyon farklı fazdadır.*

Faz açısı normalde radyan yerine derece derece olarak ifade edilir.

$$x(t) = X_M \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = X_M \sin\left(\omega t + 90^0\right)$$

$$\frac{\pi}{2} = 90^0$$

Fonksiyonun argümanına 360 derece veya tamsayı katları eklendiğinde, orijinal fonksiyon değişmemektedir.

Eğer iki fonksiyonu faz açısı yönünden karşılaştırmak istiyorsak;

- Frekansları aynı olmalıdır
- Aynı formda olmalıdır
- Genlikleri pozitif işaretli olmalıdır

Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının dönüşümleri:

$$\cos \omega t = \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\sin \omega t = \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Fonksiyonların işaretlerinin değiştirilmesi

$$-\cos(\omega t) = \cos\left(\omega t \pm 180^0\right)$$

$$-\sin(\omega t) = \sin\left(\omega t \pm 180^0\right)$$

Sinüs ve Kosinüs için açı toplam ve açı fark ilişkileri

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha.\cos\beta+\cos\alpha.\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha.\cos\beta-\sin\alpha.\sin\beta$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha.\cos\beta-\cos\alpha.\sin\beta$$
$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha.\cos\beta+\sin\alpha.\sin\beta$$

Genel Sinüs Denklemi

$$x(\omega t) = X_M \sin(\omega t + \theta)$$ olsun,

Buradan;

$$x(\omega t) = X_M (\sin \omega t.\cos\theta + \cos \omega t.\sin\theta)$$

$$A = X_M \cos\theta$$

$$B = X_M \sin\theta$$

$$x(\omega t) = A\sin \omega t + B\cos \omega t$$

$$x(\omega t) = \sqrt{A^2 + B^2}.\sin(\omega t + \tan^{-1}(B / A))$$ olur.

Örnek: Verilen gerilimlerin dalga şekillerini çiziniz?

a) $v(t) = 1\cos\left(\omega t + 45^0\right)$

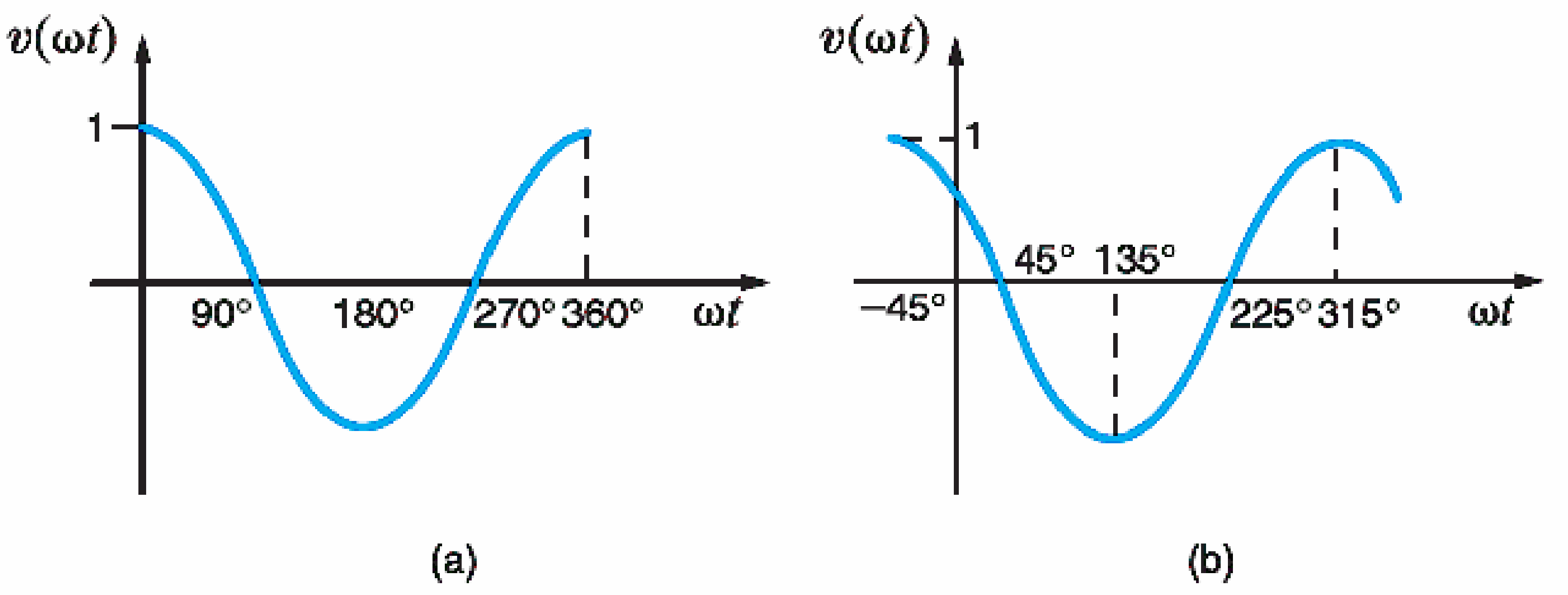
b) $v(t) = 1\cos\left(\omega t + 225^0\right)$

c) $v(t) = 1\cos\left(\omega t - 315^0\right)$

Çözüm:

a)

$$v(t) = 1\cos\left(\omega t + 45^0\right)$$

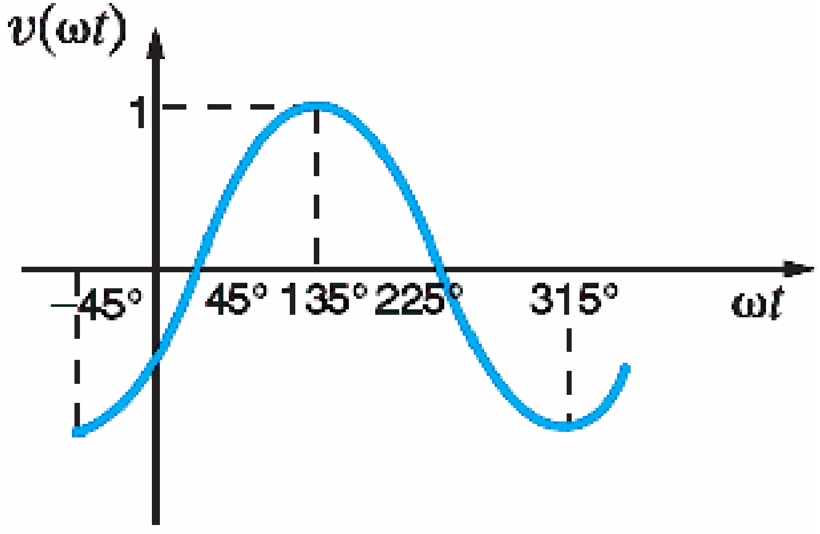


Çözüm (devam):

b) $v(t) = 1\cos\left(\omega t + 225^{0}\right)$

$$v(t) = 1\cos(\omega t + 225) = 1\cos(\omega t + 45 + 180)$$

$$v(t) = -1\cos(\omega t + 45)$$



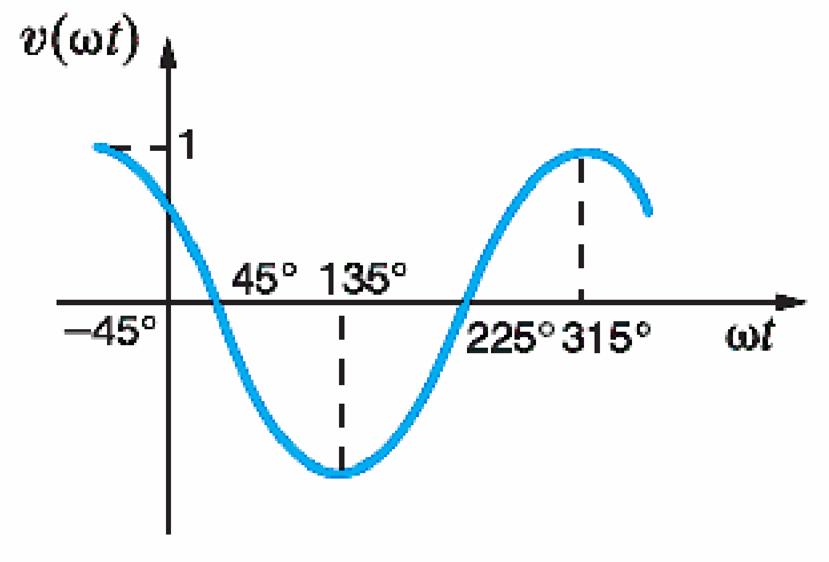
(c)

Çözüm (devam):

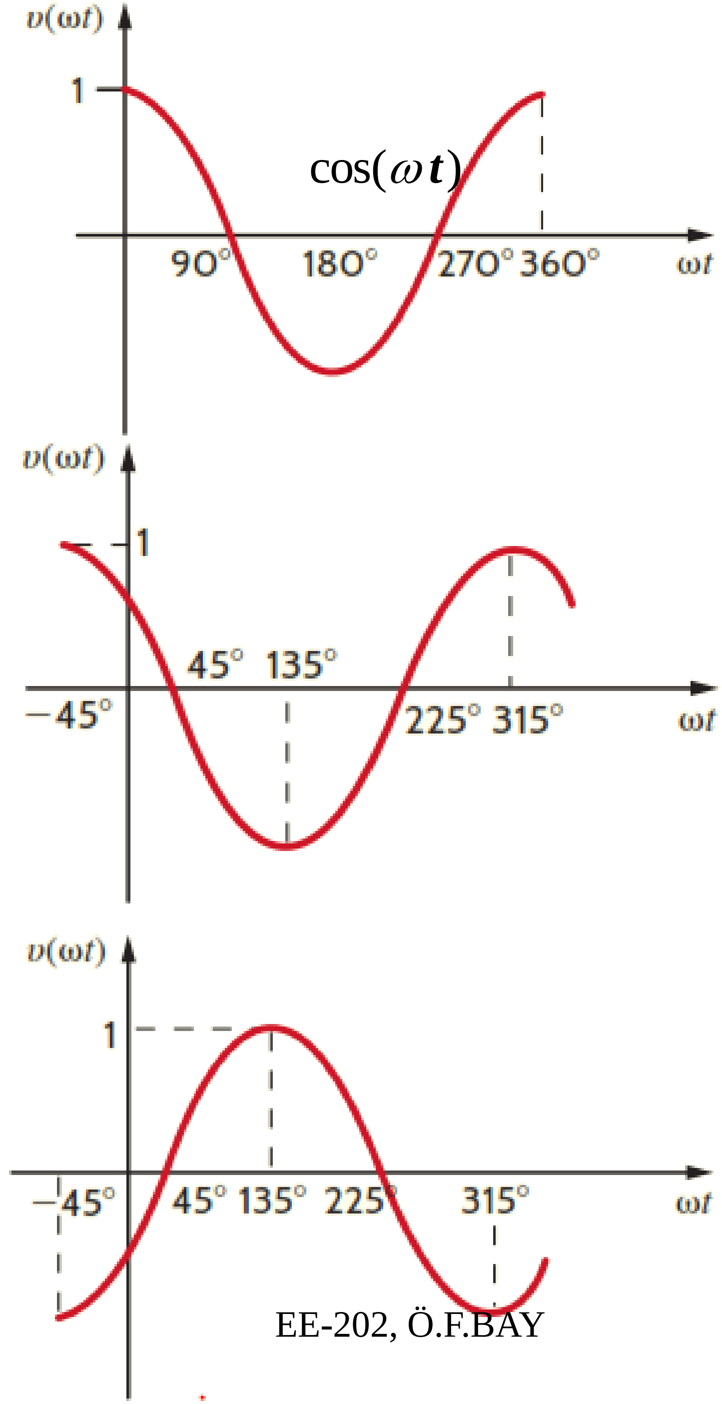
c) $v(t) = 1\cos\left(\omega t - 315^0\right)$

$$v(t) = 1\cos\left(\omega t - 315^0\right) = 1\cos\left(\omega t - 315^0 + 360^0\right) = 1\cos\left(\omega t + 45^0\right)$$

cevap a) şıkkı ile aynı



ÖRNEK-özet



$\cos(\omega t + 45°)$

45 derece ileride

$\cos(\omega t + 45 - 360)$

315 derece geride

$-\cos(\omega t + 45°)$

$\cos(\omega t + 45 \pm 180)$

225 derce ileride
veya 135 derce geride

Örnek: Gerilimlerin frekanslarını ve aralarındaki faz farkını bulunuz?

$$v_1(t) = 12\sin\left(1000t + 60^0\right) \ V$$

$$v_2(t) = -6\cos\left(1000t + 30^0\right) \ V$$

Frekansları;

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1000}{2\pi} = 159.2Hz$$

olarak bulunur.

Çözüm (devam):

Faz farkları ise;

$$v_2(t) = -6\cos\left(\omega t + 30^0\right) = 6\cos\left(\omega t + 30^0 + 180^0\right)$$

$$v_2(t) = 6\sin\left(\omega t + 210^0 + 90^0\right) = 6\sin\left(\omega t + 300^0\right) = 6\sin\left(\omega t - 60^0\right)$$

buradan;

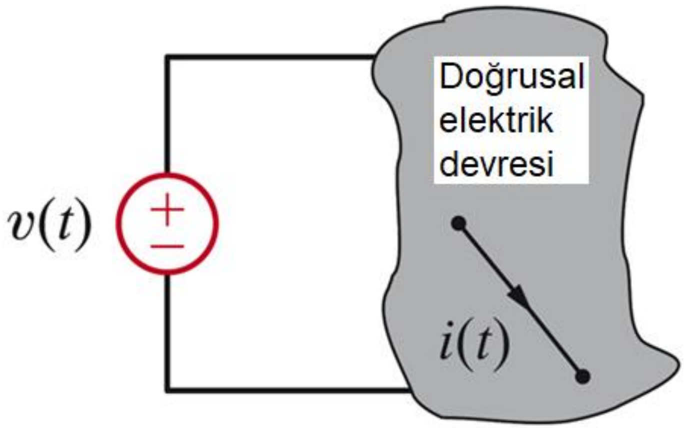
$$v_1(t) = 12\sin\left(\omega t + 60^0\right)V$$

$$v_2(t) = 6\sin\left(\omega t - 60^0\right)V$$

$v_1(t)$ *fonksiyonu* $v_2(t)$ *fonksiyonundan*

$\left[60^0 - \left(-60^0\right)\right] = 120^0$ *ileridir.*

SİNÜSOİDAL VE KARMAŞIK ZORLAMA FONKSİYONLARI



Eğer bağımsız kaynaklar aynı frekanslı sinüsoidal fonksiyonlar ise doğrusal elektrik devresindeki herhangi bir değişken için kalıcı durum cevabı da aynı frekansta ve sinüsoidal bir fonksiyon olacaktır.

$$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{A}\sin(\omega \boldsymbol{t} + \theta) \Rightarrow \boldsymbol{i}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{B}\sin(\omega \boldsymbol{t} + \phi)$$

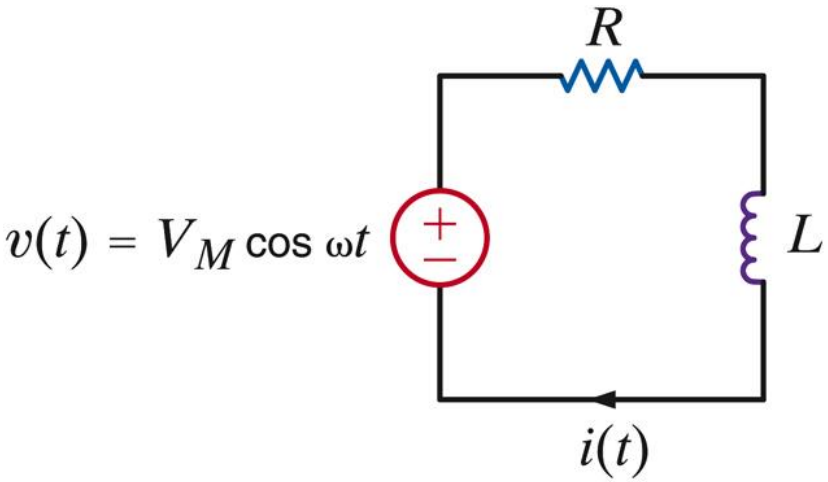
Kalıcı durum cevabını bulmak için $\boldsymbol{B}, \phi$ parametrelerini bulmak gerekir

$$v(t) = A\sin(\omega t + \theta)$$ *Zorlama fonksiyonu*

$$i(t) = B\sin(\omega t + \phi)$$ *Cevap fonksiyonu*

Devrede sadece direnç elemanları varsa $\theta = \phi$ olur.
Devrede direnç, endüktans veya kapasitans varsa rezonans anı dışında $\theta \neq \phi$ olur.

Örnek - *Devreden geçen akımı elde edelim*



KGK: $L\dfrac{di}{dt}(t) + Ri(t) = v(t)$

Kalici durumda $i(t) = I_M \cos(\omega t + \phi)$

Trigonometrik özdeşlikten;

$$i(t) = I_M \cos\phi \cos \omega t - I_M \sin\phi \sin \omega t$$

$$i(t) = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t$$

$$L\frac{di}{dt}(t)+Ri(t)=v(t)$$

$$L\frac{d}{dt}(A_1\cos\omega t+A_2\sin\omega t)+R(A_1\cos\omega t+A_2\sin\omega t)=V_M\cos\omega t$$

$$i(t)=A_1\cos\omega t+A_2\sin\omega t$$

$$\frac{di}{dt}(t)=-A_1\omega\sin\omega t+A_2\omega\cos\omega t$$

$$-A_1\omega L\sin\omega t+A_2\omega L\cos\omega t+RA_1\cos\omega t+RA_2\sin\omega t=V_M\cos\omega t$$

$$(-L\omega A_1+RA_2)\sin\omega t+(L\omega A_2+RA_1)\cos\omega t=V_M\cos\omega t$$

$$-L\omega A_1+RA_2=0$$
$$L\omega A_2+RA_1=V_M$$

cebirsel problem

$$A_1=\frac{RV_M}{R^2+(\omega L)^2},\quad A_2=\frac{\omega LV_M}{R^2+(\omega L)^2}$$

$$i(t)=\frac{RV_M}{R^2+\omega^2L^2}\cos\omega t+\frac{\omega LV_M}{R^2+\omega^2L^2}\sin\omega t$$

$$i(t) = I_M \cos(\omega t + \phi)$$ İdi,

Buradaki I_M *ve* ϕ *aşağıdaki gibi bulunur*

$$I_M \cos\phi = \frac{RV_M}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$I_M \sin\phi = \frac{-\omega L V_M}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

Buradan;

$$\tan\phi = \frac{I_M \sin\phi}{I_M \cos\phi} = -\frac{\omega L}{R}$$

$$\phi = -\tan^{-1}\frac{\omega L}{R}$$

$$\left(I_M \cos\phi\right)^2 + \left(I_M \sin\phi\right)^2 = I_M{}^2\left(\cos^2\phi + \sin^2\phi\right) = I_M{}^2$$

$$I_M{}^2 = \frac{R^2 V_M^2}{\left(R^2+\omega^2 L^2\right)^2} + \frac{(\omega L)^2 V_M^2}{\left(R^2+\omega^2 L^2\right)^2} = \frac{V_M^2}{R^2+\omega^2 L^2}$$

$$I_M = \frac{V_M}{\sqrt{R^2+\omega^2 L^2}}$$

Buradan i(t) için son ifade aşağıdaki gibi olur;

$$i(t) = \frac{V_M}{\sqrt{R^2+\omega^2 L^2}} \cos\left(\omega t - \tan^{-1}\frac{\omega L}{R}\right)$$

ÇÖZÜMÜN ÖZET ANALİZİ

Cözüm $i(t) = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t$

Uygulanan gerilim: $v(t) = V_M \cos \omega t$

Cevap: $i(t) = I_M \cos(\omega t + \phi)$

$$A_1 = I_M \cos \phi, \quad A_2 = -I_M \sin \phi$$

$$I_M = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}, \ \tan \phi = -\frac{A_2}{A_1}$$

$$A_1 = \frac{RV_M}{R^2 + (\omega L)^2}, \quad A_2 = \frac{\omega L V_M}{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$I_M = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}, \quad \phi = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$$

$$i(t) = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \cos(\omega t - \tan^{-1} \frac{\omega L}{R})$$

$L \neq 0$ ise akim HERZAMAN gerilimden geridedir.

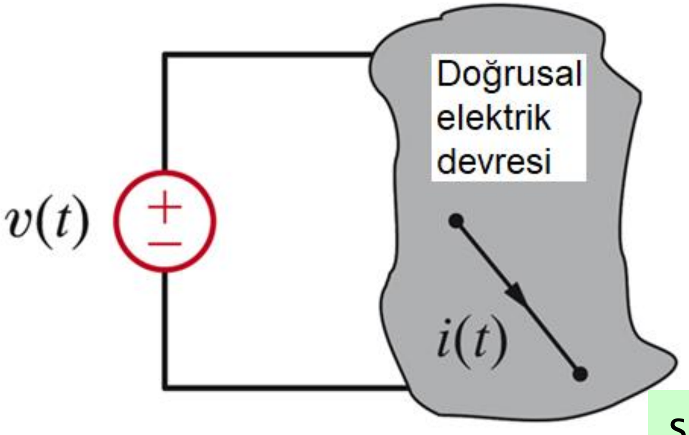
Eger $R = 0$ (saf indüktör), akim gerilimden 90° geridedir.

BASİT TEK GÖZLÜ BİR DEVRENİN ÇÖZÜMÜ BİLE
SİNÜSOIDAL ZORLAMA FONKSİYONLARI KULLANILIRSA ÇOK ZAHMETLİ OLABİLİR.

ANALİZİ BASİTLEŞTİRMEK İÇİN SİNÜSOİDAL FONKSİYONLAR KARMAŞIK SAYILARLA İLİŞKİLENDİRİLİR. BÖYLECE KALICI DURUM ANALİZİ CEBİRSEL DENKLEM SİSTEMLERİNE DÖNÜŞTÜRÜLÜR ...

... karmaşık değişkenlerle

TEMEL ÖZDESLIK: $e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$ (Euler özdesligi)



$$v(t) = V_M \cos \omega t \rightarrow i(t) = I_M \cos(\omega t + \phi)$$
$$v(t) = V_M \sin \omega t \rightarrow i(t) = I_M \sin(\omega t + \phi)$$

$$V_M e^{j\omega t} \rightarrow I_M e^{j(\omega t+\phi)} = I_M e^{j\phi} e^{j\omega t}$$

sinüsoidin frekansı biliniyorsa, *exp(jwt)* terimi atılabilir.

$$V_M \rightarrow I_M e^{j\theta}$$

Euler Denklemi

Zamanla değişen sinüsoidal fonksiyonları karmaşık frekans bölgesinde karmaşık sayılarla temsil etmek için ***Euler*** *denkleminden faydalanılır.*

$$\boldsymbol{e^{j\omega t}} = \cos \omega \boldsymbol{t} + \boldsymbol{j} \sin \omega \boldsymbol{t}$$

$$\mathrm{Re}\left(e^{j\omega t}\right) = \cos \omega t$$

$$\mathrm{Im}\left(e^{j\omega t}\right) = \sin \omega t$$

Re(.) fonksiyonun gerçek kısmını ifade eder.

Im(.) fonksiyonun sanal kısmını ifade eder.

Zorlama fonksiyonu:

$$v(t) = V_M e^{j\omega t}$$

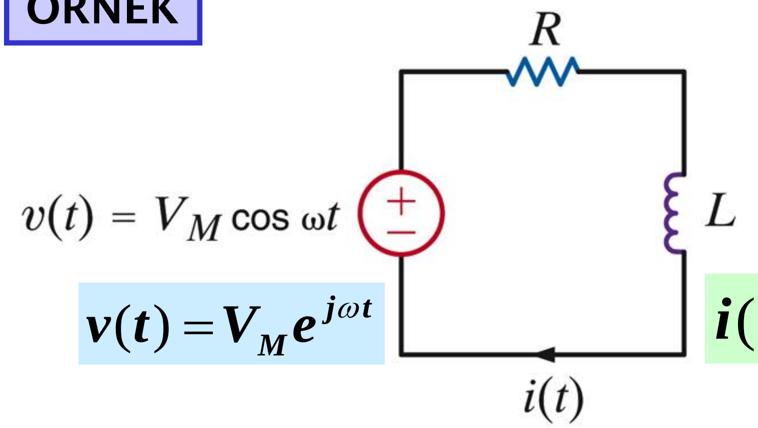
$$v(t) = V_M \cos \omega t + jV_M \sin \omega t$$

Cevap fonksiyonu:

$$i(t) = I_M \cos(\omega t + \phi) + jI_M \sin(\omega t + \phi)$$

$$i(t) = I_M e^{j(\omega t + \phi)}$$

ÖRNEK



$$\boldsymbol{v(t) = V_M e^{j\omega t}}$$

$$\boldsymbol{i(t) = I_M e^{(j\omega t+\phi)}}$$

$$\text{KGK}: \; L\frac{di}{dt}(t) + Ri(t) = v(t)$$

$$L\frac{di}{dt}(t) + Ri(t) = v(t)$$

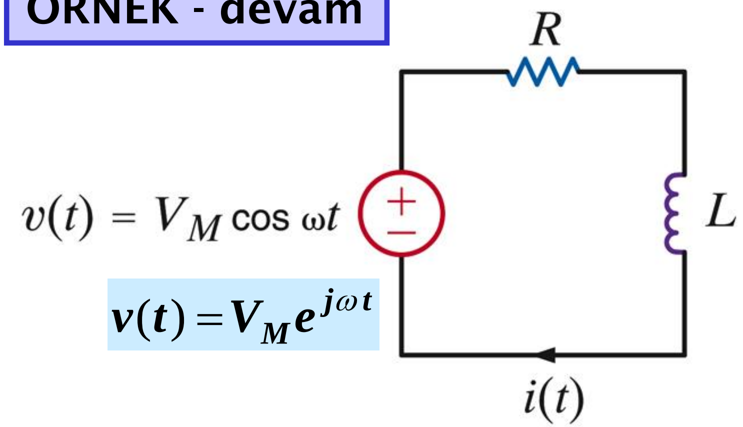
$$L\frac{d}{dt}(I_M e^{j(\omega t+\phi)}) + RI_M e^{j(\omega t+\phi)} = V_M e^{j\omega t}$$

$$j\omega L I_M e^{j(\omega t+\phi)} + RI_M e^{j(\omega t+\phi)} = V_M e^{j\omega t}$$

$$(j\omega L + R) I_M e^{j\phi} e^{j\omega t} = V_M e^{j\omega t}$$

$$\boldsymbol{I_M e^{j\phi} = \frac{V_M}{R + j\omega L}}$$

ÖRNEK - devam



$$v(t) = V_M e^{j\omega t}$$

$$I_M e^{j\phi} = \frac{V_M}{R + j\omega L}$$

$$R + j\omega L = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}\, e^{j[\tan^{-1}\frac{\omega L}{R}]}$$

$$I_M e^{j\phi} = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}\, e^{j[-\tan^{-1}\frac{\omega L}{R}]}$$

$$I_M = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}, \quad \phi = -\tan^{-1}\frac{\omega L}{R}$$

$C \leftrightarrow P$

$$x + jy = re^{j\theta}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$$

$$x = r\cos\theta, \quad y = r\sin\theta$$

$$\frac{1}{e^{j\theta}} = e^{-j\theta}$$

Gerçekte zorlama fonksiyonu $v(t) = V_M \cos \omega t$ *olduğundan, gerçek cevap karmaşık cevabın gerçek kısmıdır.*

$$v(t) = V_M \cos \omega t = \mathrm{Re}\{V_M e^{j\omega t}\}$$

$$i(t) = \mathrm{Re}\{I_M e^{(j\omega t - \phi)}\} = I_M \cos(\omega t - \phi)$$

FAZÖRLER

FAZÖRLER

GEREKLİ ŞART:
TÜM BAĞIMSIZ KAYNAKLAR AYNI FREKANSTA SİNÜSOİDLERDİR

KAYNAK SÜPERPOZİSYONUNDAN DOLAYI, TEK BİR KAYNAK OLARAK DÜŞÜNÜLEBİLİR

$$v(t) = V_M \cos(\omega t + \theta)$$

HERHANGİ BİR DEVRE DEĞİŞKENİNİN KALICI DURUM CEVABI ŞU ŞEKİLDE OLACAKTIR

$$y(t) = Y_M \cos(\omega t + \phi)$$

KISAYOL

$$v(t) = V_M e^{j(\omega t + \theta)} \Rightarrow y(t) = Y_M e^{j(\omega t + \phi)}$$

$$\mathrm{Re}\{V_M e^{j(\omega t + \theta)}\} \Rightarrow \mathrm{Re}\{Y_M e^{j(\omega t + \phi)}\}$$

Sadeleştir:

$$V_M e^{j(\omega t + \theta)} = V_M e^{j\theta} e^{j\omega t} \qquad v = V_M e^{j\theta} \Rightarrow y = Y_M e^{j\phi}$$

GÖSTERIMDE KISAYOL

$v = V_M e^{j\theta}$ yerine $v = V_M \angle \theta$ yazabiliriz

… ve acilar derece olarak kabul edilecek

$V_M \angle \theta$, $V_M \cos(\omega t + \theta)$'nin fazör gösterimidir

$$v(t) = V_M \cos(\omega t + \theta) \rightarrow \mathbf{V} = V_M \angle \theta$$

Sinüsoidal fonksiyonun karmaşık sayıyla temsili **FAZÖR** olarak adlandırılır ve koyu olarak yazılır.

$$\mathbf{V} = V_M \angle \theta$$

ÖRNEKLER

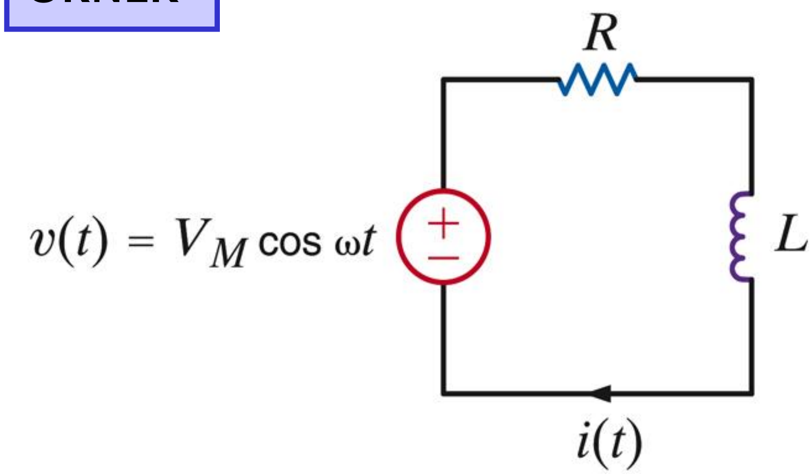
$$v(t) = V_M \cos(\omega t + \theta) = \mathrm{Re}[V_M e^{j(\omega t + \theta)}]$$

$\mathbf{V} = V_M \angle \theta$ *olarak yazılır.*

$$i(t) = I_M \cos(\omega t + \phi) = \mathrm{Re}[I_M e^{j(\omega t + \phi)}]$$

$\mathbf{I} = I_M \angle \phi$ *olarak yazılır.*

ÖRNEK



$$v = \mathbf{V}e^{j\omega t}$$

$$\mathbf{V} = V_M \angle \theta$$

$\theta = 0$ olsun

$$i = \mathbf{I}e^{j\omega t}$$

$$\mathbf{I} = I_M \angle \phi$$

$$L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = v(t)$$

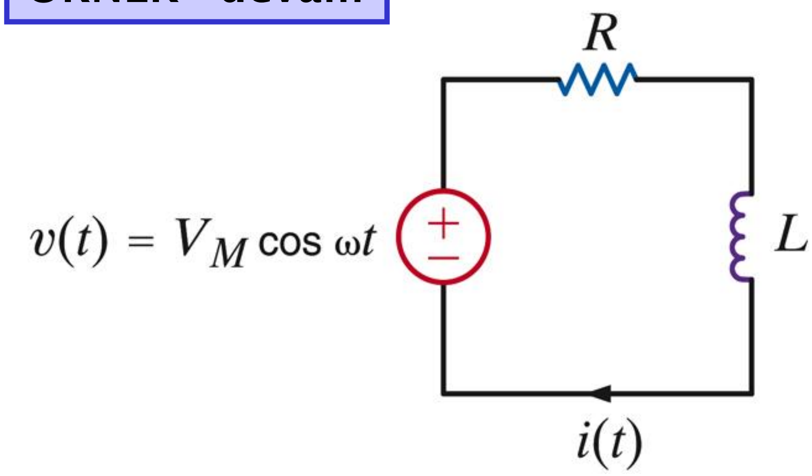
$$L\frac{d}{dt}\left(\mathbf{I}e^{j\omega t}\right) + R\mathbf{I}e^{j\omega t} = \mathbf{V}e^{j\omega t}$$

$$j\omega L\mathbf{I}e^{j\omega t} + R\mathbf{I}e^{j\omega t} = \mathbf{V}e^{j\omega t}$$

$$j\omega L\mathbf{I} + R\mathbf{I} = \mathbf{V}$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{R + j\omega L} = I_M \angle \phi = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \angle -\tan^{-1}\frac{\omega L}{R}$$

ÖRNEK - devam



$$v = \mathbf{V} e^{j\omega t}$$

$$\mathbf{V} = V_M \angle \theta$$

$\theta = 0$ olsun

$$i = \mathbf{I} e^{j\omega t}$$

$$\mathbf{I} = I_M \angle \phi$$

$$I_M = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}, \qquad \phi = -\tan^{-1}\frac{\omega L}{R}$$

$$i(t) = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos\left(\omega t - \tan^{-1}\frac{\omega L}{R}\right)$$

Fazör sadece karmaşık sayılar cebiri kullanılarak elde edilebilir

Devre çözümü için diferansiyel denklem yazma ihtiyacını ortadan kaldıracak bir fazör temsili geliştireceğiz.

Fazör Gösterimi Örnekleri

Sinüsoidlerden fazör gösterimine geçmek gereklidir

$$A\cos(\omega t \pm \theta) \leftrightarrow A\angle \pm \theta$$

$$A\sin(\omega t \pm \theta) \leftrightarrow A\angle \pm \theta - 90°$$

Örnek **Verilen sinüsoidal fonksiyonların fazör karşılıklarını yazınız**

$v(t) = 12\cos(377t - 425°) \leftrightarrow$ $\mathbf{V} = 12\angle -425°$

$i(t) = 18\sin(2513t + 4.2°) \leftrightarrow$ $\mathbf{I} = 18\angle -85.8°$

$v(t) = 24\cos\left(377t - 45^0\right)\ V$ $\mathbf{V} = 24\angle -45^0 V$

$i(t) = 12\sin\left(377t + 120^0\right)\ A$ $\mathbf{I} = 12\angle(120^0 - 90^0) = 12\angle 30^0\, A$

Örnek **Verilen fazörlerin zaman düzlemindeki karşılıklarını yazınız**

$f = 400\,Hz$ ise

$$\mathbf{V_1} = 10\angle 20° \leftrightarrow \qquad v_1(t) = 10\cos(800\pi t + 20°)$$

$$\mathbf{V_2} = 12\angle -60° \leftrightarrow \qquad v_2(t) = 12\cos(800\pi t - 60°)$$

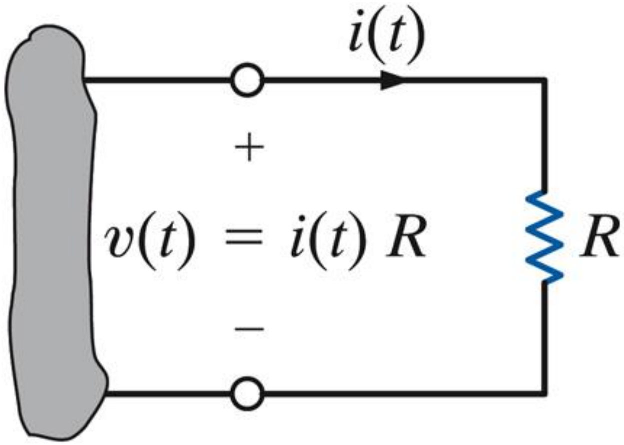
Fazörler karmaşık sayılar cebiri kuralları kullanılarak işleme tabi tutulurlar.

$$(V_1\angle\theta_1)(V_2\angle\theta_2) = V_1V_2\angle(\theta_1 + \theta_2)$$

$$\frac{V_1\angle\theta_1}{V_2\angle\theta_2} = \frac{V_1}{V_2}\angle(\theta_1 - \theta_2)$$

DEVRE ELEMANLARININ FAZÖR İLİŞKİSİ

Dirneç (R) Elemanı:



$$v(t) = Ri(t)$$

Zorlama fonksiyonu: $$V_M e^{j(\omega t + \theta_v)}$$

Cevap fonksiyonu: $$I_M e^{j(\omega t + \theta_i)}$$

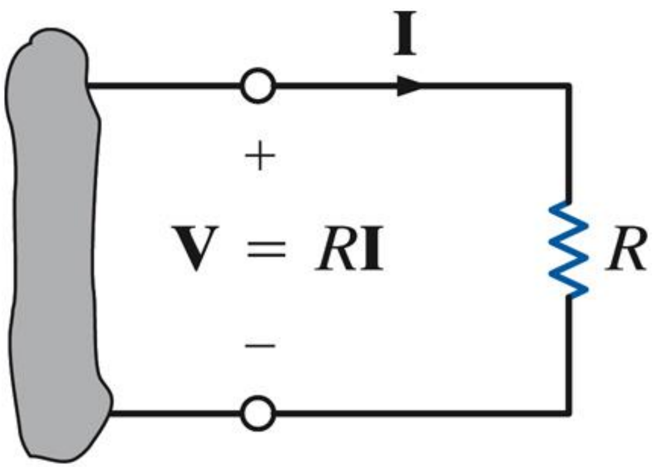
$$V_M e^{j(\omega t + \theta_v)} = RI_M e^{j(\omega t + \theta_i)}$$

$$V_M e^{j\theta_v} e^{j\omega t} = RI_M e^{j\theta_i} e^{j\omega t}$$

$$V_M e^{j\theta_v} = RI_M e^{j\theta_i}$$

$$V_M e^{j\theta_v} = \mathbf{V} = V_M \angle \theta_v$$

$$I_M e^{j\theta_i} = \mathbf{I} = I_M \angle \theta_i$$



Bir direnç için fazör temsili

$$\mathbf{V} = R\mathbf{I}$$

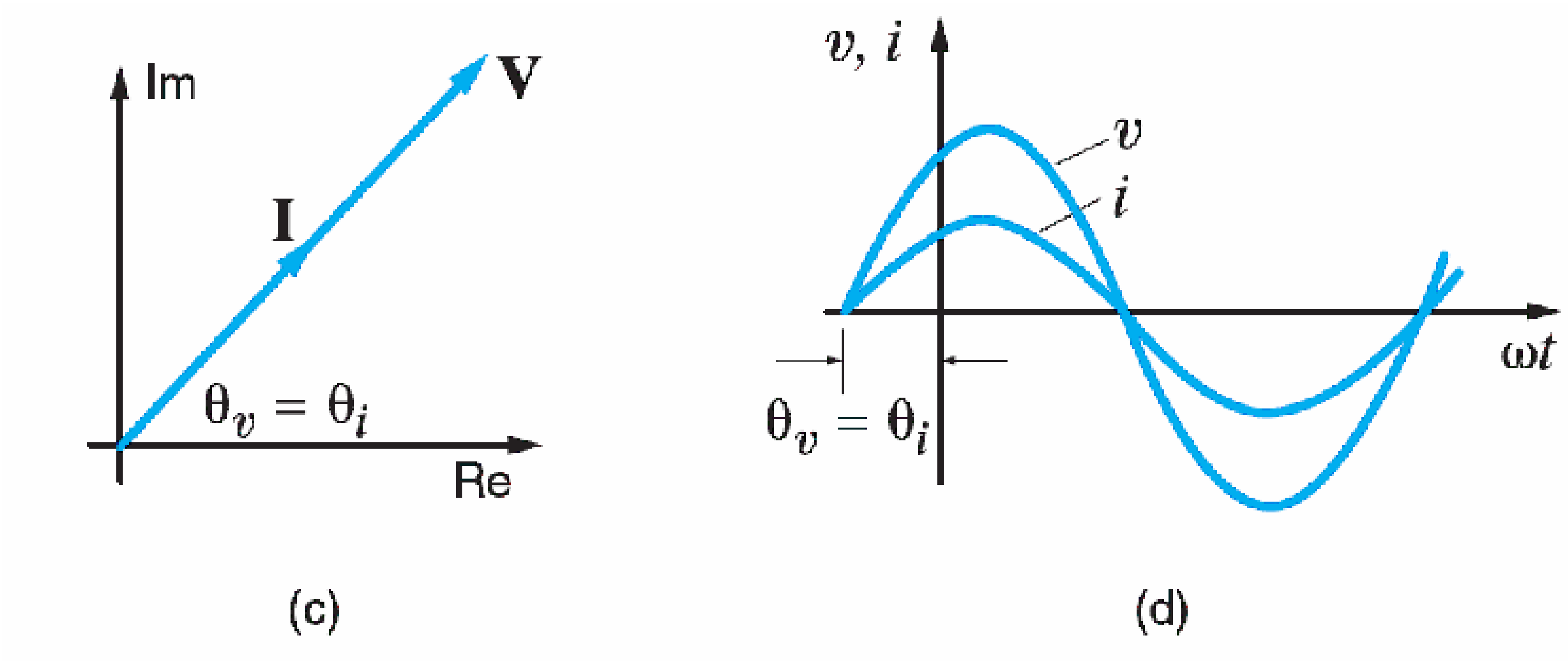
$$\Rightarrow \mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{R}$$

$$V_M = RI_M$$

$$e^{j\theta_v} = e^{j\theta_i}$$

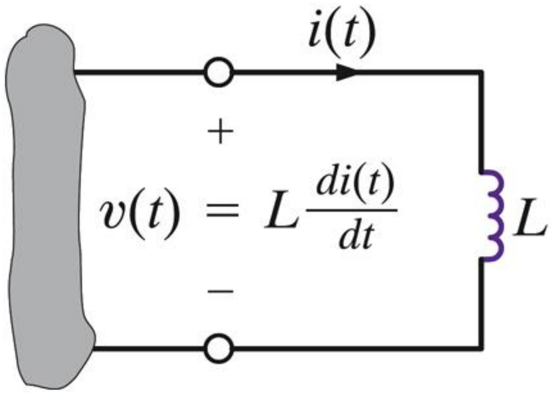
$$\Rightarrow \theta_v = \theta_i$$

Direnç için gerilim akım ilişkisi



Bu geometrik temsil, iki sinüsoidin “aynı fazda” olduğunu gösterir.

İndüktör (L) Elemanı:



$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

$$v(t) = V_M e^{j(\omega t+\theta_v)}$$

Zorlama fonksiyonu:

$$i(t) = I_M e^{j(\omega t+\theta_i)}$$

Cevap fonksiyonu:

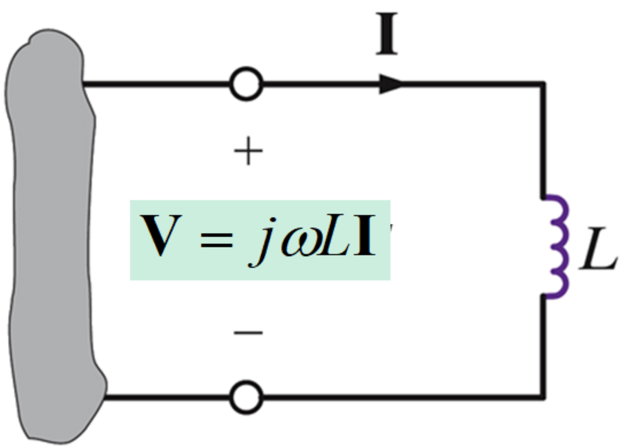
$$V_M e^{j(\omega t+\theta_v)} = L\frac{d}{dt} I_M e^{j(\omega t+\theta_i)}$$

$$V_M e^{j\theta_v} e^{j\omega t} = j\omega L I_M e^{j\theta_i} e^{j\omega t}$$

$$V_M e^{j\theta_v} = j\omega L I_M e^{j\theta_i}$$

$$\mathbf{V} = j\omega L\mathbf{I}$$

$$\Rightarrow \mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{j\omega L}$$



Bir indüktör için fazör temsili

Fazörler arasındaki ilişki cebirseldir.

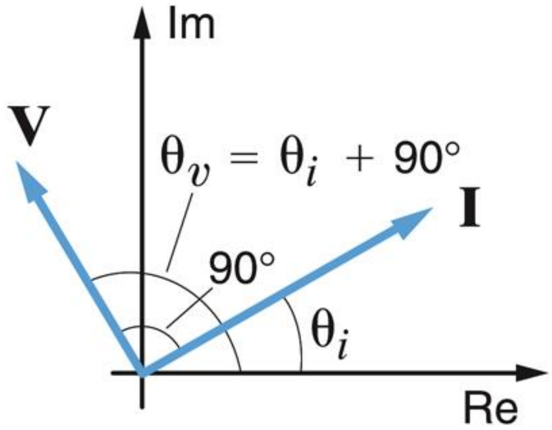
$$\boldsymbol{j} = 1\angle 90° = \boldsymbol{e}^{\boldsymbol{j}90°}$$

$$V_M e^{j\theta_v} = \omega L I_M e^{j(\theta_i + 90^0)}$$

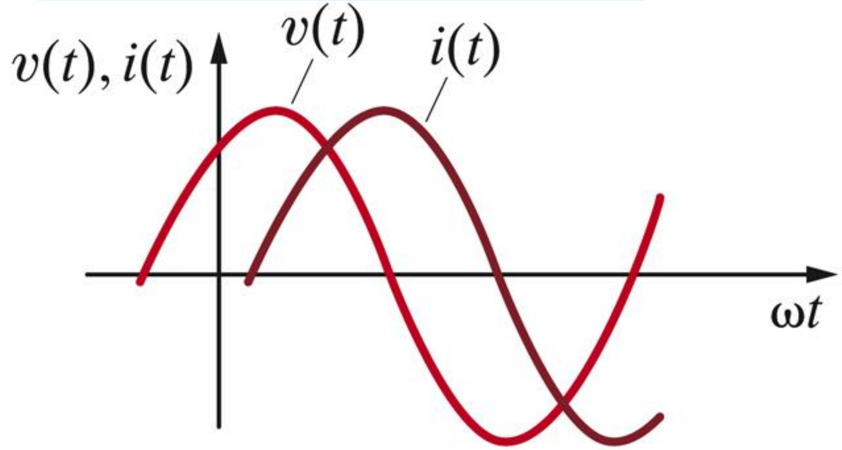
$$\Rightarrow \theta_v = \theta_i + 90^0$$

$$\mathbf{V} = \omega L\mathbf{I}\angle 90°$$

İndüktör için gerilim akım ilişkisi

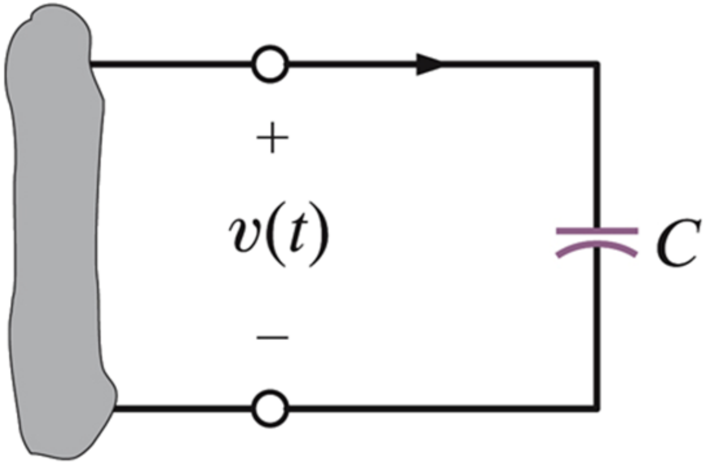


Sinüsoidler arasındaki ilişki



Gerilim akımdan 90 derece ileridedir.
Akım gerilimden 90 derece geridedir.

Kapasitör (C) Elemanı:



$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$$

$$v(t) = V_M e^{j(\omega t+\theta_v)}$$

Zorlama fonksiyonu:

$$i(t) = I_M e^{j(\omega t+\theta_i)}$$

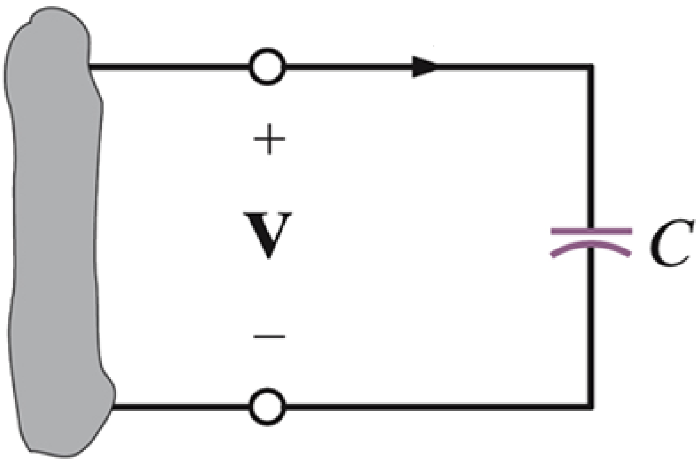
Cevap fonksiyonu:

$$I_M e^{j(\omega t+\theta_i)} = C\frac{d}{dt}V_M e^{j(\omega t+\theta_v)}$$

$$I_M e^{j\theta_i} e^{j\omega t} = j\omega C V_M e^{j\theta_v} e^{j\omega t}$$

$$I_M e^{j\theta_i} = j\omega C V_M e^{j\theta_v}$$

$$\mathbf{I} = j\omega C\mathbf{V}$$



Bir kapasitör için fazör temsili

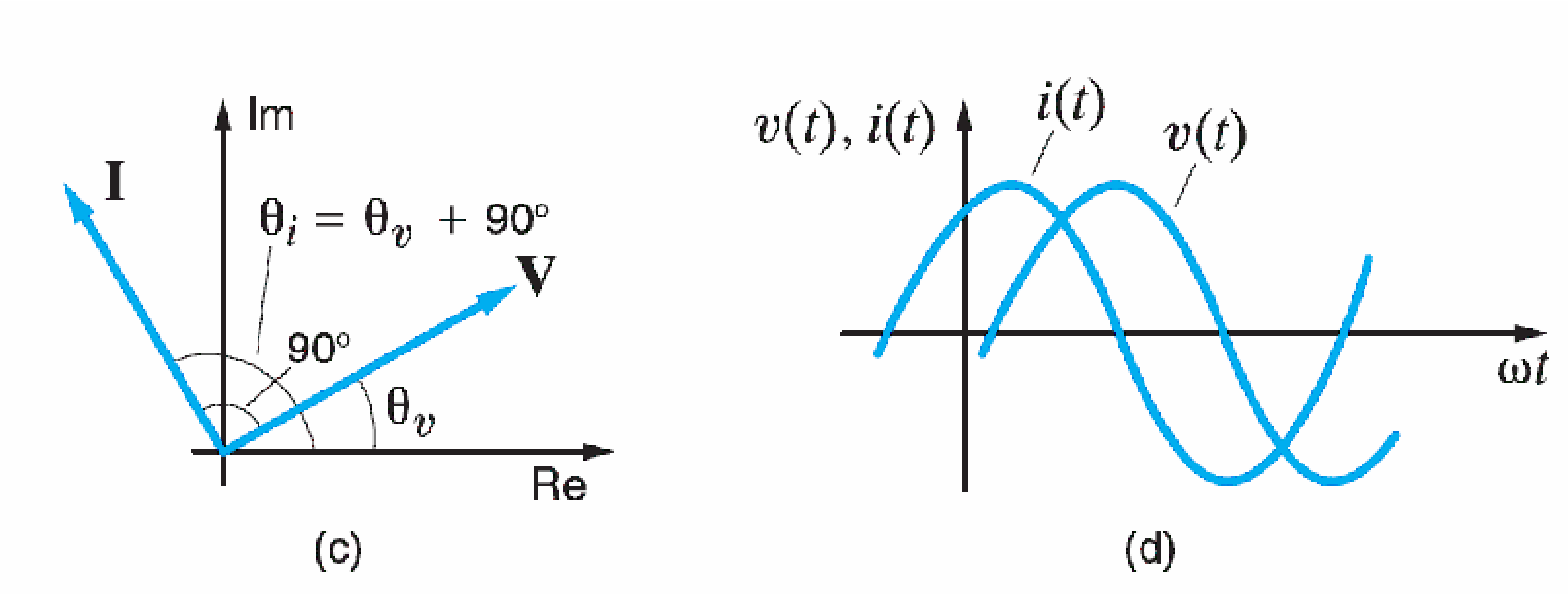
Fazörler arasındaki ilişki cebirseldir.

$$\boldsymbol{j} = 1\angle 90° = \boldsymbol{e}^{\boldsymbol{j}90°}$$

$$I_M e^{j\theta_i} = \omega C V_M e^{j\left(\theta_v + 90^0\right)} \Rightarrow \theta_i = \theta_v + 90^0$$

$$\mathbf{I} = \omega C\mathbf{V}\angle 90°$$

Kapasitör için gerilim akım ilişkisi



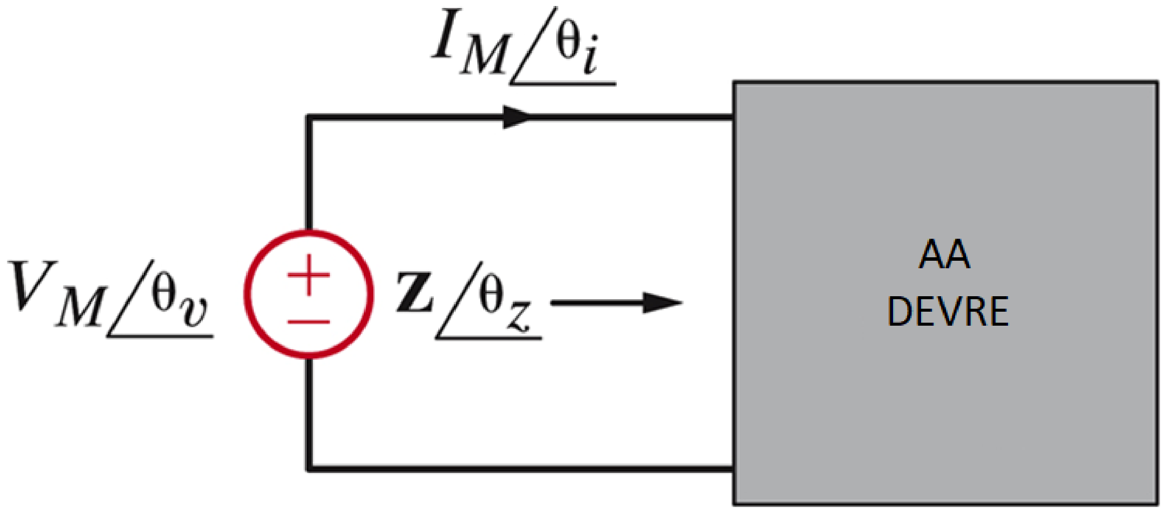
Akım gerilimden 90 derece ileridedir.
Gerilim akımdan 90 derece geridedir.

EMPEDANS
VE
ADMİTANS

Empedans:

İki uçlu bir elemanın fazör geriliminin elemanın içinden geçen fazör akıma oranı, o elemanın empedansını verir. **Z** *ile gösterilir. Birimi Ω'dur.*

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}}$$



(Giris Empedansi

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{V_M \angle \theta_v}{I_M \angle \theta_i} = \frac{V_M}{I_M} \angle(\theta_v - \theta_i) = |\mathbf{Z}| \angle \theta_z = Z \angle \theta_z$$

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{V_M\angle\theta_v}{I_M\angle\theta_i} = \frac{V_M}{I_M}\angle(\theta_v - \theta_i) = |\,\mathbf{Z}\,|\angle\theta_z = Z\angle\theta_z$$

Empedans bir fazör değildir, kutupsal veya kartezyen formda yazılabilen karmaşık bir sayıdır. Genel olarak değeri frekansa bağlıdır.

$$\mathbf{Z}(\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$$

$$R(\omega) = \text{Rezistif bilesen}$$

$$X(\omega) = \text{Reaktif bilesen}$$

$$Z\angle\theta_z = R + jX$$

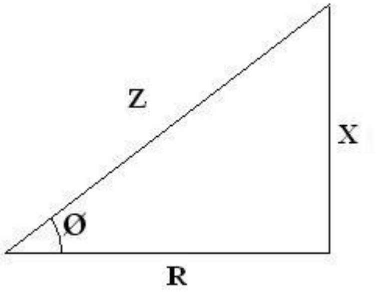
Burada empedans üçgeni kullanıldığında;

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\theta_z = \tan^{-1}\frac{X}{R}$$

$$R = Z\cos\theta_z$$

$$X = Z\sin\theta_z$$



Pasif Devre Elemanları ve Empedansları

Pasif Eleman

R

Empedans

$$\mathbf{Z} = R$$

Pasif Eleman

L

Empedans

$$\mathbf{Z} = j\omega L = jX_L = \omega L\angle 90^0, X_L = \omega L$$

Pasif Eleman

C

Empedans

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{j\omega C} = jX_c = -\frac{1}{\omega C}\angle 90^0, X_C = -\frac{1}{\omega C}$$

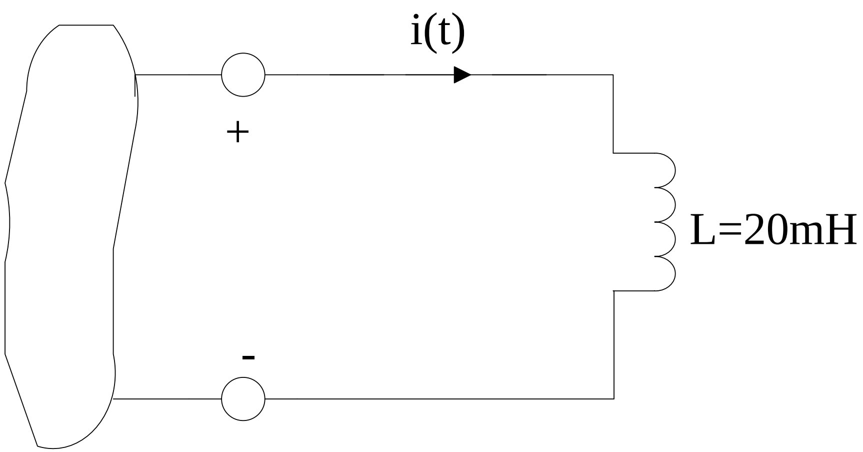
Empedansların Seri Bağlanması

$$\mathbf{Z}_s = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 + \ldots + \mathbf{Z}_n$$

Empedansların Paralel Bağlanması

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_p} = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} + \frac{1}{\mathbf{Z}_3} + \ldots + \frac{1}{\mathbf{Z}_n}$$

Örnek; *i(t)'nin değerini bulunuz?*



$$v(t) = 12\cos\left(377t + 20^0\right)\ V$$

Çözüm;

$$v(t) = 12\cos\left(377t + 20^0\right)V$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{j\omega L}$$

$$\mathbf{Z}_L = j\omega L = \omega L\angle 90^0$$

ise

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{j\omega L} = \frac{12\angle 20^0}{\omega L\angle 90^0}$$

$$= \frac{12\angle 20^0}{(377)\left(20 * 10^{-3}\right)\angle 90^0}$$

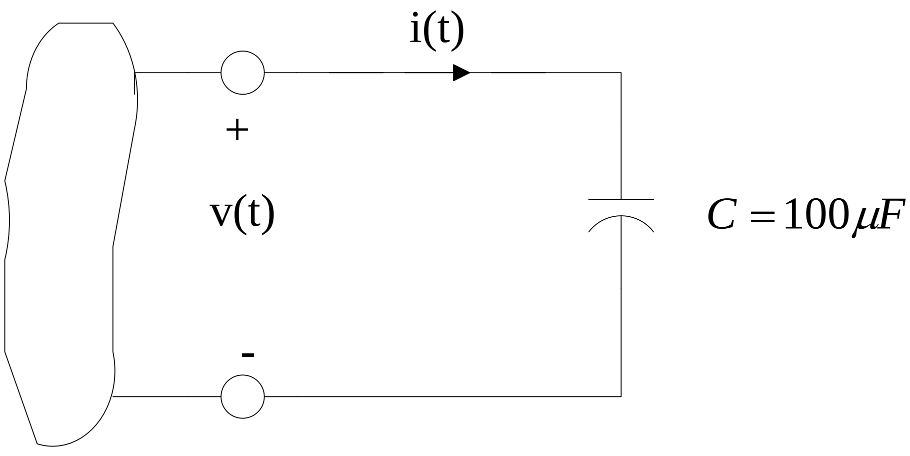
$$= 1{,}59\angle -70^0\,A$$

buradan

$$i(t) = 1{,}59\cos\left(377t - 70^0\right)A$$

olarak bulunur.

Örnek; *i(t)'nin değerini bulunuz?*



$$v(t) = 100\cos\left(314t + 15^0\right)V$$

Çözüm;

$$v(t) = 100\cos\left(314t + 15^0\right)V$$

ise

$$\mathbf{I} = j\omega C\left(100\angle 15^0\right)$$
$$= (314)\left(100 * 10^{-6}\angle 90^0\right)\left(100\angle 15^0\right)$$
$$= 3.14\angle 105^0\, A$$

$$\mathbf{I} = j\omega C\mathbf{V}$$

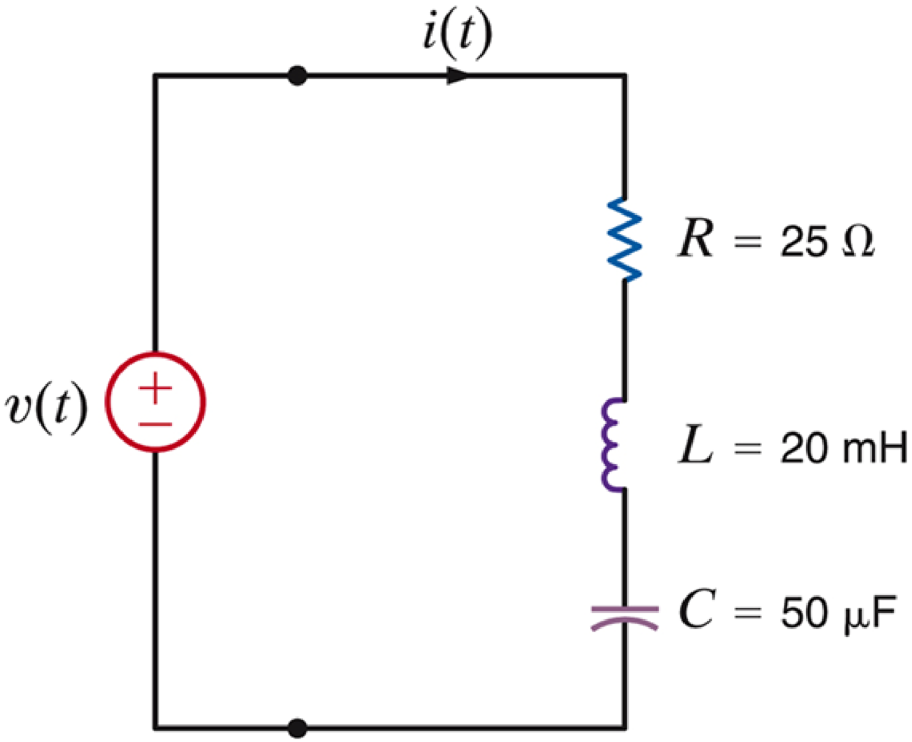
$$\mathbf{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C}$$

buradan

$$i(t) = 3.14\cos\left(314t + 105^0\right)A$$

olarak bulunur.

Örnek: Şekildeki devrede;



a. ***f=60Hz ise devrenin eşdeğer empedansı nedir?***

b. ***Eğer*** $v(t) = 50\cos(\omega t + 30^0)V$ **ise i(t) nedir?**

c. ***f=400Hz olduğunda devrenin eşdeğer empedansı ne olur?***

Çözüm;

a) f=60Hz ise;

$$\mathbf{Z}_R = 25\Omega$$

$$\mathbf{Z}_L = j\omega L = j(2\pi * 60)(20 * 10^{-3}) = j7{,}54\Omega$$

$$\mathbf{Z}_C = \frac{-j}{\omega C} = \frac{-j}{(2\pi * 60)(50 * 10^{-6})} = -j53{,}05\Omega$$

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_C$$

$$= 25 - j45{,}51\Omega$$

Çözüm (Devam);

b) $v(t) = 50\cos(\omega t + 30^0)V$ *ise;*

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} = \frac{50\angle 30^0}{25 - j45{,}51} = \frac{50\angle 30^0}{51{,}93\angle -61{,}22^0} = 0{,}96\angle 91{,}22^0\, A$$

$$i(t) = 0{,}96\cos(377t + 91{,}22^0)A$$

Çözüm (Devam);

c) f=400Hz ise;

$$\mathbf{Z}_R = 25\Omega$$

$$\mathbf{Z}_L = j\omega L = j\left(2\pi * 400\right)\left(20 * 10^{-3}\right) = j50,27\Omega$$

$$\mathbf{Z}_C = \frac{-j}{\omega C} = \frac{-j}{\left(2\pi * 400\right)\left(50 * 10^{-6}\right)} = -j7,96\Omega$$

$$\mathbf{Z} = 25 + j42,31 = 49,14\angle 59,42^0\Omega$$

Admitans:

Empedansın tersidir. **Y** *ile gösterilir. Birimi S'dir.*

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{\mathbf{Z}} = \frac{\mathrm{I}}{\mathbf{V}}$$

$$\mathbf{Y} = Y_M \angle \theta_y$$

$$\mathbf{Y} = G + jB$$

G : *Geçirgenlik*

B : *Suseptans*

Dik bileşenler şeklinde yazdığımızda;

$$G + jB = \frac{1}{R + jX}$$

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2}, B = \frac{-X}{R^2 + X^2}$$

Aynı yolla R ve X de bulunabilir. ;

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2}, X = \frac{-B}{G^2 + B^2}$$

Pasif elemanlar	***Admitansları***
R	$\mathbf{Y}_R = \dfrac{1}{R} = G$
L	$\mathbf{Y}_L = \dfrac{1}{j\omega L} = -\dfrac{1}{\omega L}\angle 90^0$
C	$\mathbf{Y}_C = j\omega C = \omega C\angle 90^0$

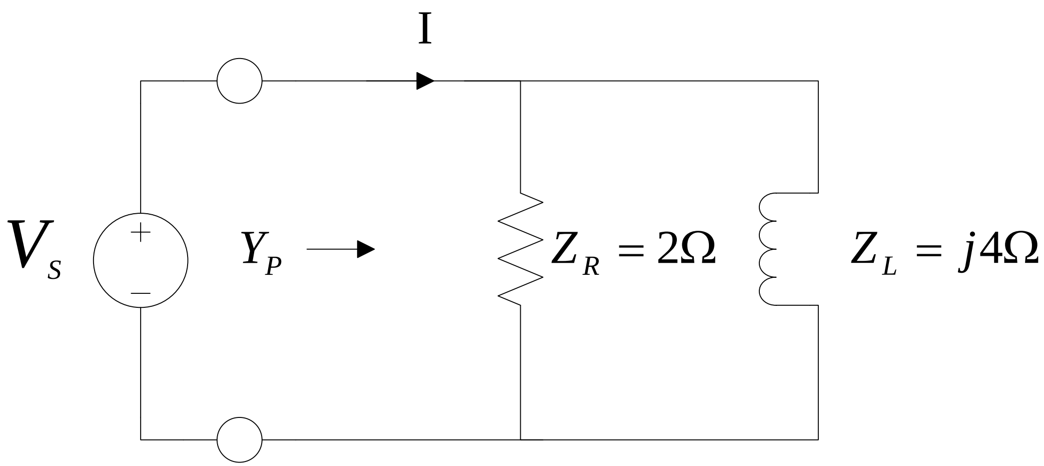
Admitansların Seri Bağlanması

$$\frac{1}{\mathbf{Y}_s} = \frac{1}{\mathbf{Y}_1} + \frac{1}{\mathbf{Y}_2} + \frac{1}{\mathbf{Y}_3} + \ldots + \frac{1}{\mathbf{Y}_n}$$

Admitansların Paralel Bağlanması

$$\mathbf{Y}_p = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3 + \ldots + \mathbf{Y}_n$$

Örnek;



$$\mathbf{V}_s = 60\angle 45^0 V$$

$\mathbf{I}$ *'nın değerini bulunuz?*

Çözüm;

$$\mathbf{V}_s = 60\angle 45^0 V$$

ise

$$\mathbf{Y}_R = \frac{1}{\mathbf{Z}_R} = \frac{1}{2} S$$

$$\mathbf{Y}_L = \frac{1}{\mathbf{Z}_L} = -j\frac{1}{4} S$$

buradan

$$\mathbf{Y}_P = \frac{1}{2} - j\frac{1}{4} S$$

Çözüm (Devam);

ve buradan da;

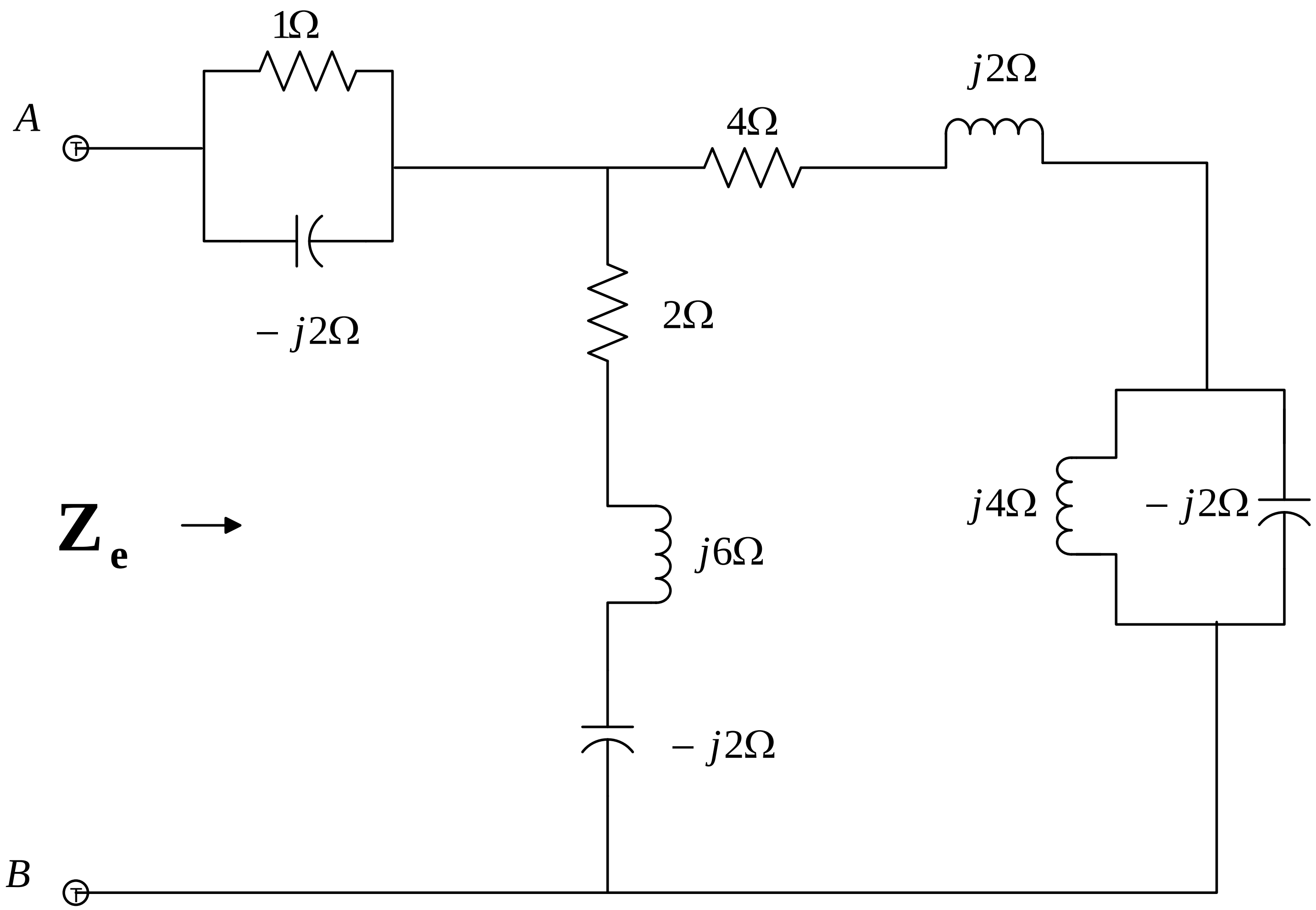
$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}_p \mathbf{V}_s$$

$$= \left(\frac{1}{2} - j\frac{1}{4} \right) \left(60\angle 45^0 \right)$$

$$= 33{,}5\angle 18{,}43^0 \, A$$

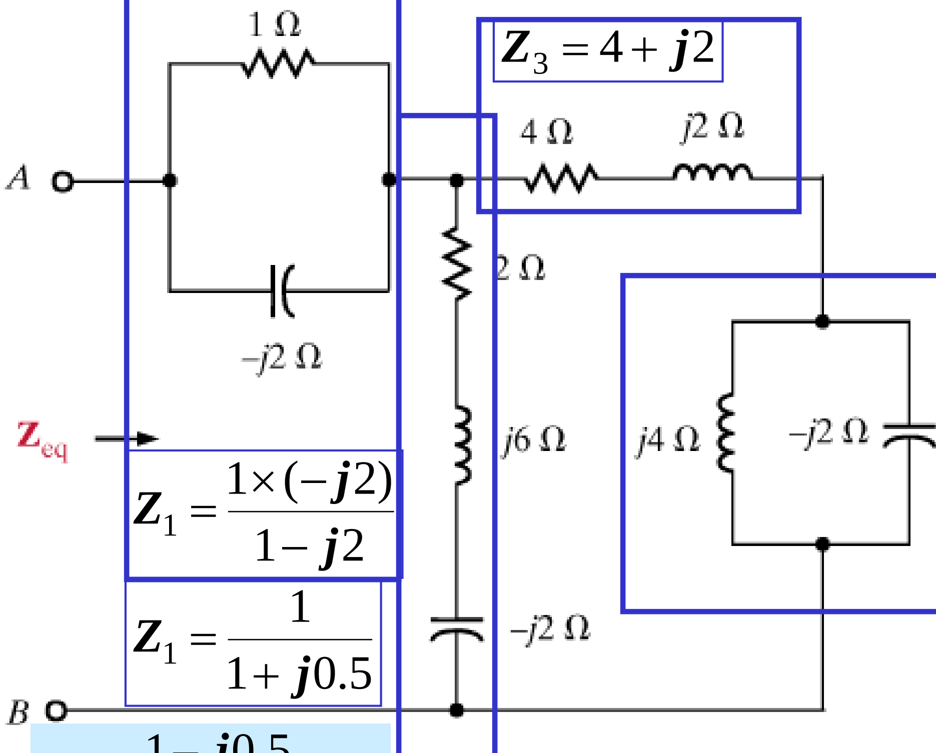
olarak bulunur.

Örnek; *A-B uçlarındaki eşdeğer empedansı bulunuz?*



ÖRNEK

SERİ-PARALEL BİLEŞİM



(a)

$$Z_3 = 4 + j2$$

$$Z_1 = \frac{1\times(-j2)}{1-j2}$$

$$Z_1 = \frac{1}{1+j0.5}$$

$$Z_1 = \frac{1-j0.5}{1+(0.5)^2}$$

$$Z_1 = 0.8 - j0.4(\Omega)$$

$$Z_2 = 2 + j6 - j2 = 2 + j4$$

$$Y_4 = -j0.25 + j0.5 = j0.25$$

$$Z_4 = 1/Y_4 = -j4$$

$$Z_4 = \frac{j4\times(-j2)}{j4-j2} = \frac{8}{j2}$$

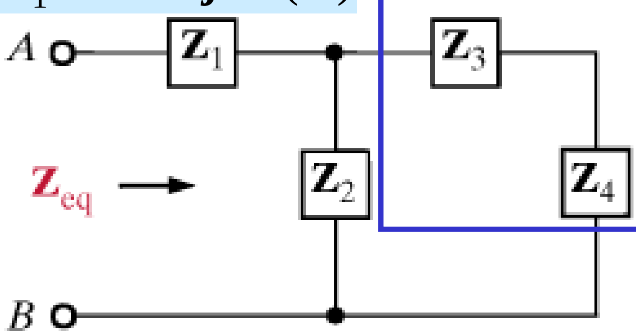
$$Y_2 = \frac{1}{2+j4} = \frac{2-j4}{(2)^2+(4)^2}$$

$$Y_{34} = \frac{1}{4-j2} = \frac{4+j2}{20}$$

$$Y_2 = 0.1 - j0.2(S)$$

$$Y_{34} = 0.2 + j0.1$$

$$Y_{234} = 0.3 - j0.1(S)$$



(b)

$$Z_{34} = 4 - j2$$

$$Z_{234} = \frac{1}{Y_{234}} = \frac{1}{0.3-j0.1} = \frac{0.3+j0.1}{0.1}$$

$$Z_{234} = \frac{Z_2 Z_{34}}{Z_2 + Z_{34}} = 3 + j1$$

$$Z_{eq} = Z_1 + Z_{234} = 3.8 + j0.6\Omega = 3.847\angle 8.973^\circ$$

FAZÖR DİYAGRAMI

- Empedans ve Admitans frekansın bir fonksiyonu olduğundan, frekans değiştiğinde empedans ve admitans da değişecektir.
- Empedans ve Admitansın değişmesi devredeki akım ve gerilimlerin de değişmesine sebep olacaktır.
- Frekansın değişmesi ile akım ve gerilimlerdeki değişim fazör diyagramlarında kolaylıkla görülebilir.

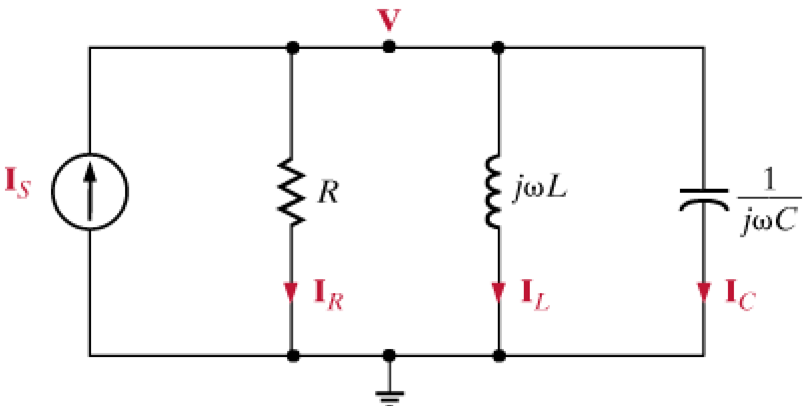
FAZÖR DİYAGRAMLARI

İlgili tüm fazörleri ortak bir referans çerçevesinde görüntüleyin.

Değişkenler arasındaki faz ilişkilerini görselleştirmek için çok kullanışlıdır.

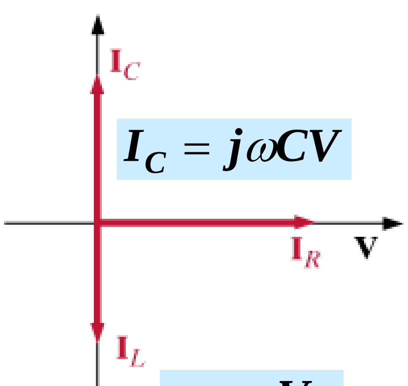
ÖRNEK

DEVRENİN FAZÖR DİYAGRAMINI ÇİZİNİZ



Herhangi bir değişken referans olarak seçilir. Bu devre için V gerilimi seçilmiştir

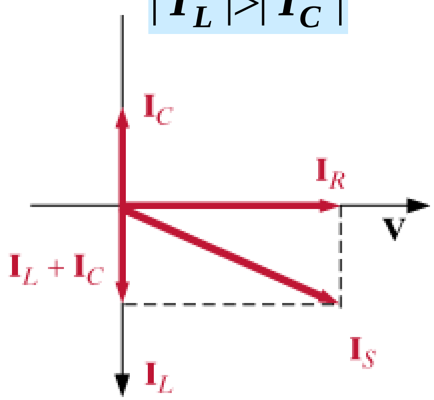
$$\text{KAK}: \mathbf{I}_S = \mathbf{I}_R + \mathbf{I}_L + \mathbf{I}_C = \frac{\mathbf{V}}{R} + \frac{\mathbf{V}}{j\omega L} + j\omega C\mathbf{V}$$



$$I_C = j\omega CV$$

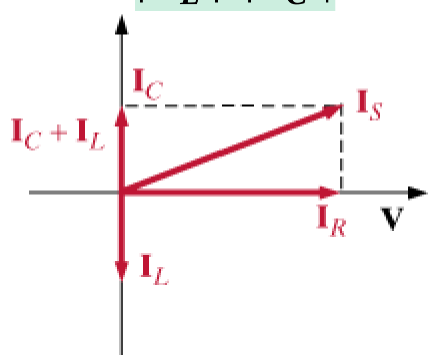
$$I_L = \frac{V}{j\omega l}$$

$$|I_L| > |I_C|$$



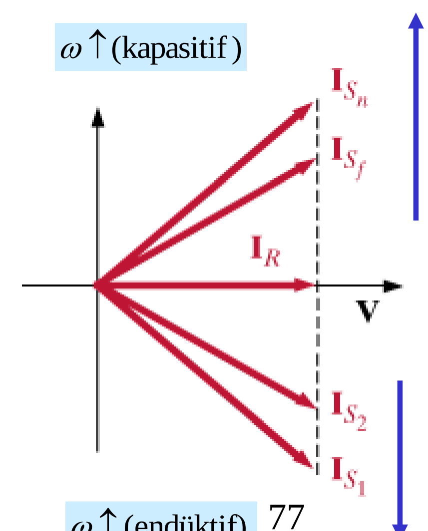
ENDÜKTİF DURUM

$$|I_L| < |I_C|$$



KAPASİTİF DURUM

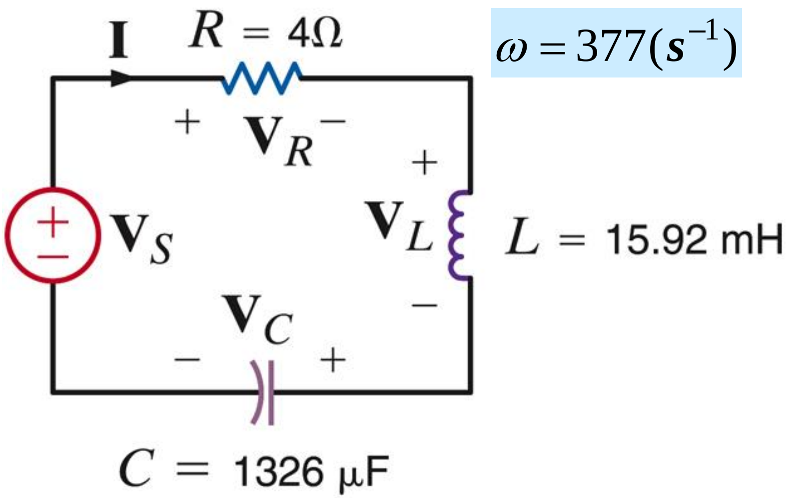
$\omega\uparrow$ (kapasitif)



$\omega\uparrow$ (endüktif)

ÖRNEK

DEVRENİN FAZÖR DİYAGRAMINI ELDE EDİNİZ



$\omega = 377(s^{-1})$

$$V_R = RI$$

$$V_L = j\omega LI$$

$$V_C = \frac{1}{j\omega C} I$$

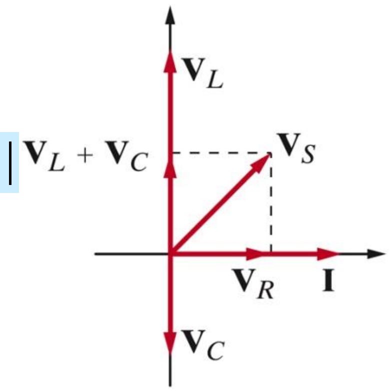
$$V_S = V_R + V_L + V_C$$

Akımı referans olarak seçmek daha uygundur.

$\mathbf{I} = I_M \angle 0^0$ olsun,

1. BÜTÜN FAZÖRLERİ ÇİZİN

$|V_L| > |V_C|$



ÖRNEK

DEVRENİN FAZÖR DİYAGRAMINI ELDE EDİNİZ

Diyagram için elde edilen değerler!

$\omega = 377(s^{-1})$

$\mathbf{I} = I_M \angle 0^0$ olsun,

$\mathbf{V_R} = R\mathbf{I} = 4I_M \angle 0^0$

$\mathbf{V_L} = j\omega L\mathbf{I} = 6I_M \angle 90^0$

$\mathbf{V_C} = \frac{1}{j\omega C}\mathbf{I} = 2I_M \angle -90^0$

$\mathbf{V_S} = \mathbf{V_R} + \mathbf{V_L} + \mathbf{V_C}$

$\mathbf{V_S} = 12\sqrt{2}\angle 90°$ ICIN FAZOR DIYAGRAMI

$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} = \frac{12\sqrt{2}\angle 90°}{4 + j6 - J2}$

$\mathbf{I} = 3\angle 45°(A)$

$\mathbf{V_R} = RI = 4 \times 3\angle 45°$

$\mathbf{V_L} = j\omega LI = 6\angle 90^0 \times 3\angle 45°$

$\mathbf{V_C} = \frac{1}{j\omega C} I = 2\angle -90^0 \times 3\angle 45°$

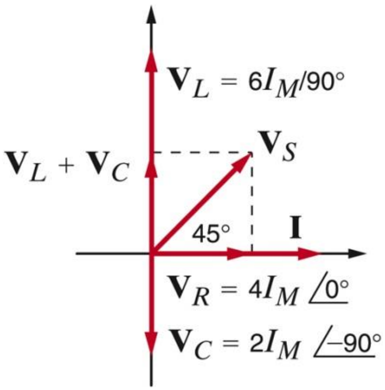
$\mathbf{V_S} = \mathbf{V_R} + \mathbf{V_L} + \mathbf{V_C}$

$\mathbf{V_R} = 12\angle 45°(V)$

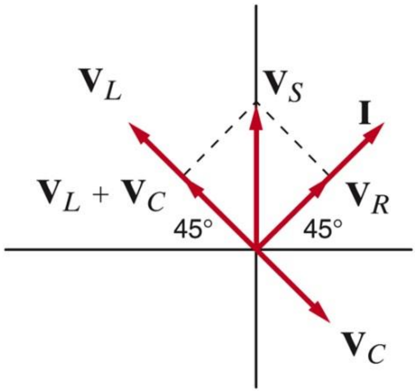
$\boldsymbol{V_L} = 18\angle 135°(\boldsymbol{V})$

$\boldsymbol{V_C} = 6\angle -45°$

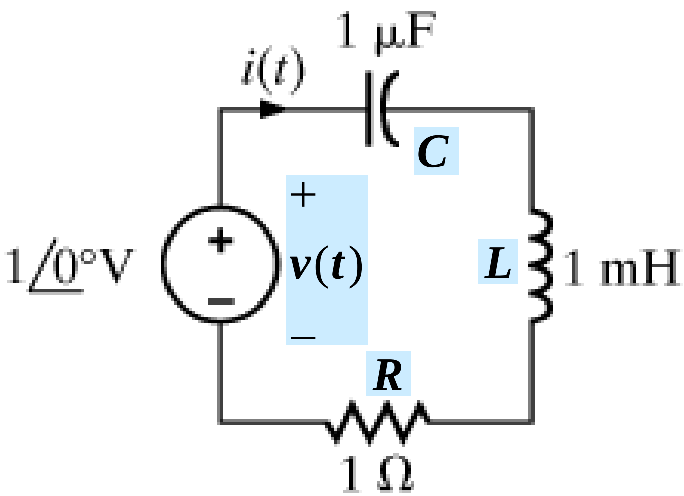
2. FAZÖRLERİN SAYISAL DEĞERLERİNİ YAZIN



$|\boldsymbol{V_L} - \boldsymbol{V_C}| = |\boldsymbol{V_R}|$



ÖRNEK $v(t)$ VE $i(t)$ AYNI FAZDA ISE FREKANSI BULUNUZ

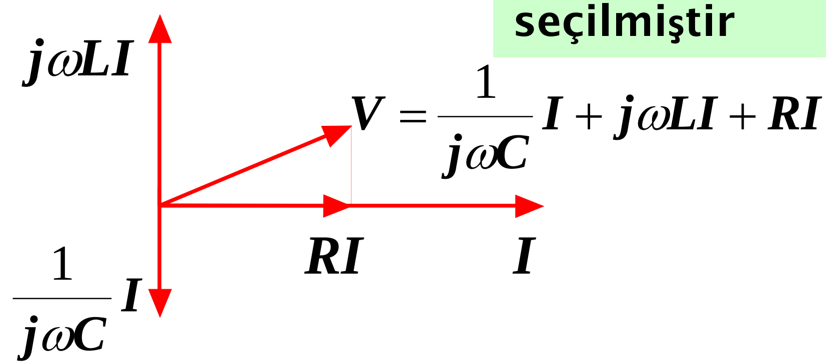


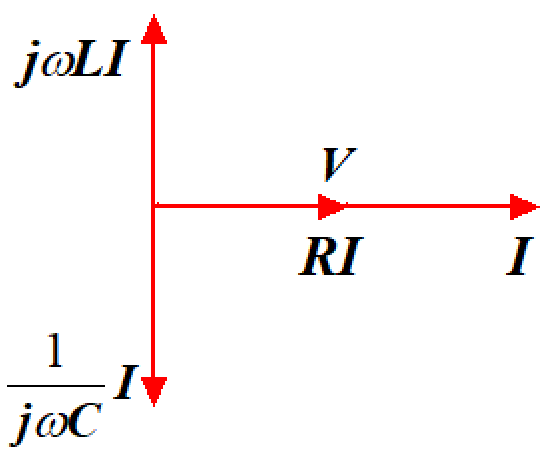
$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_C + \mathbf{V}_L + \mathbf{V}_R$$

$$\mathbf{V} = \frac{1}{j\omega C}\mathbf{I} + j\omega L\mathbf{I} + R\mathbf{I}$$

FAZÖR DIYAGRAM

I referans olarak seçilmiştir





V ve I ayni fazda ise; $j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC}$

$$\omega^2 = \frac{1}{10^{-3}\times 10^{-6}} = 10^9 \Rightarrow \omega = 3.162\times 10^4 (\boldsymbol{rad/s})$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 5.033\times 10^3\, \boldsymbol{Hz}$$

$\mathbf{I_{L=}\,I_C}$ ***veya*** $\mathbf{V_{L=}\,V_C}$ ***olduğunda veya*** $\omega L = \dfrac{1}{\omega C}$ ***olduğunda***

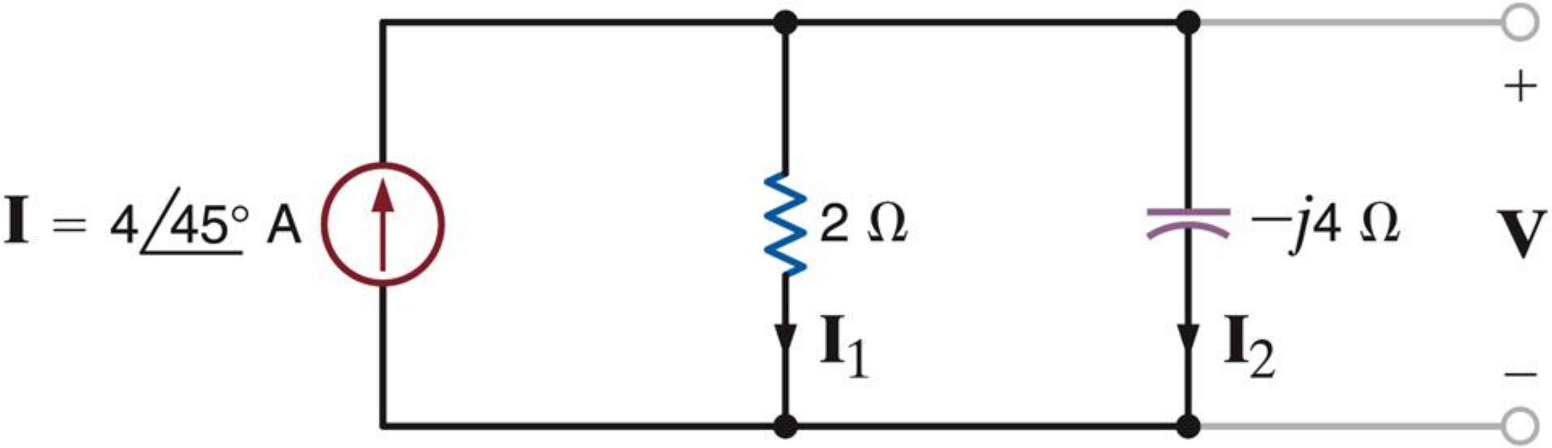
$\mathbf{I_S}$ **ile V** ***aynı fazda olurlar. Buradan;***

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Bu durum K.A.K. denkleminden de görülebilir.

$$\mathbf{I} = \left[\frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)\right]\mathbf{V}$$

ÖRNEK Tüm gerilim ve akımları gösterecek şekilde fazör diyagramını çiziniz



$$\mathbf{I_1} = \frac{-j4}{2-j4}\mathbf{I} = \frac{4\angle -90^\circ}{4.472\angle -63.435^\circ}4\angle 45^\circ$$

Akım bölücü

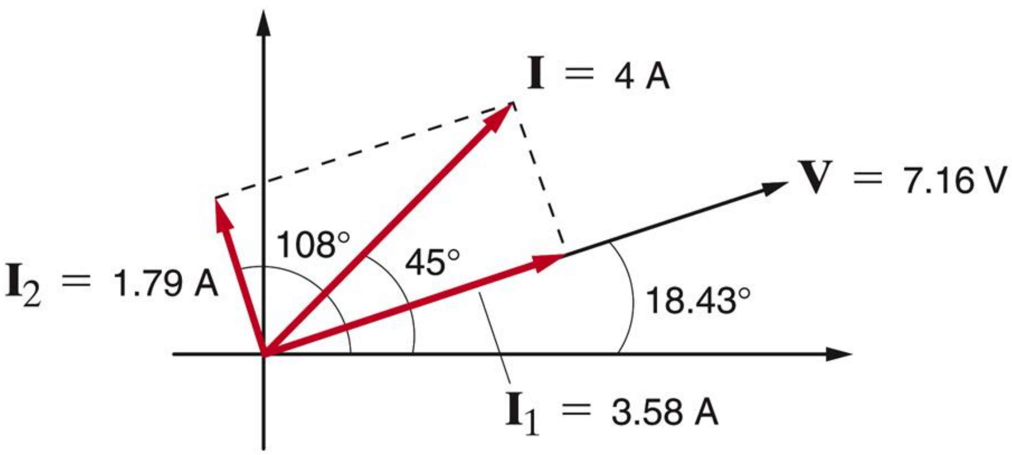
$$\mathbf{I_1} = 3.578\angle 18.435^\circ (A)$$

$$\mathbf{I_2} = \frac{2}{2-j4}I = \frac{2\angle 0^\circ}{4.472\angle -63.435^\circ}4\angle 45^\circ$$

$$I_2 = 1.789\angle 108.435^\circ$$ veya $\mathbf{I_2} = \mathbf{I} - \mathbf{I_1}$

$$V = 2I_1 = 7.156\angle 18.435^\circ (V)$$

Fazörleri çizin.
Hepsi biliniyor.
Bir referans seçmenize gerek yok



KIRCHOFF KANUNLARI İLE TEMEL ANALİZ

AA Kalıcı Durum Analizinde Problem Çözme Stratejisi

Basit Devreler için;

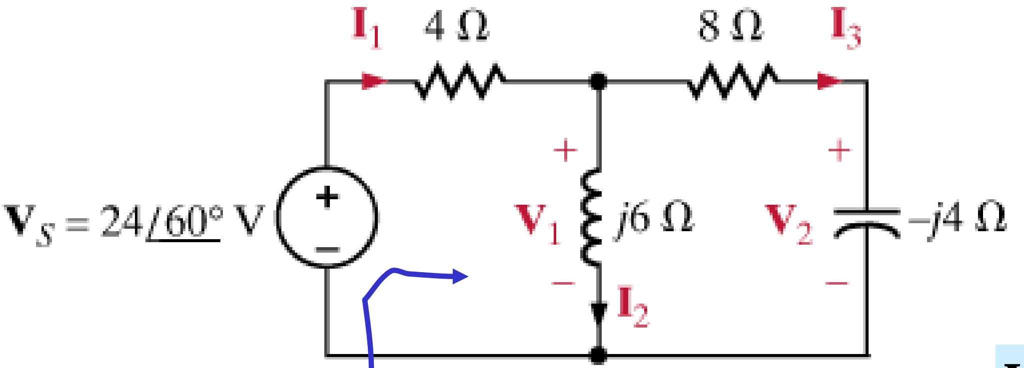
- Ohm Kanunu
- Empedans ve Admitans Birleştirme
- K.A.K ve K.G.K
- Akım ve Gerilim Bölüşümü Kuralları

AA Kalıcı Durum Analizinde Problem Çözme Stratejisi

Karmaşık Devreler için;

- Düğüm Analizi
- Çevre Akımlar Analizi
- Süperpozisyon
- Kaynak Dönüşümü
- Thevenin ve Norton Teoremleri

ÖRNEK **BÜTÜN AKIM VE GERİLİMLERİ BULUN**



I_1 Bulun

I_2, I_3 icin akim bölüsümü

V_1, V_2 için Ohm kanununu kullanin

$$\mathbf{V}_1 = 6\angle 90°\mathbf{I}_2 \qquad \mathbf{V}_2 = 4\angle -90°\mathbf{I}_3$$

$$\boldsymbol{Z}_{eq} = 4 + (\boldsymbol{j}6 \,\|\, 8 - \boldsymbol{j}4)$$

$$\mathbf{V}_1 = 16.26\angle 78.42°(V)$$
$$\mathbf{V}_2 = 7.28\angle 15°(V)$$

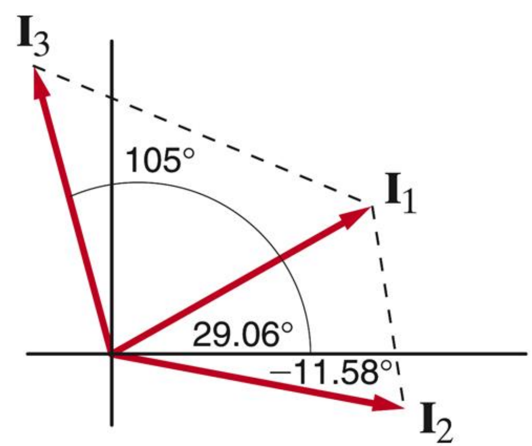
$$\boldsymbol{Z}_{eq} = 4 + \frac{24 + \boldsymbol{j}48}{8 + \boldsymbol{j}2} = \frac{32 + \boldsymbol{j}8 + 24 + \boldsymbol{j}48}{8 + \boldsymbol{j}2}$$

$$\boldsymbol{Z}_{eq} = \frac{56 + \boldsymbol{j}56}{8 + \boldsymbol{j}2} = \frac{79.196\angle 45°}{8.246\angle 14.036°} = 9.604\angle 30.964°(\Omega)$$

$$\boldsymbol{I}_1 = \frac{\boldsymbol{V}_S}{\boldsymbol{Z}_{eq}} = \frac{24\angle 60°}{9.604\angle 30.964°} = 2.498\angle 29.036°(\boldsymbol{A})$$

$$\mathbf{I}_3 = \frac{j6}{8 + j2}\mathbf{I}_1 = \frac{6\angle 90°}{8.246\angle 14.036} 2.498\angle 29.036(A)$$

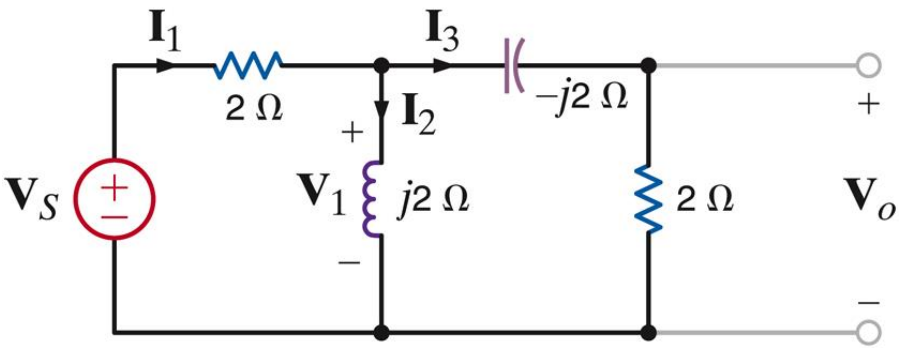
$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{8 - j4}}{\mathbf{8 + j2}}\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{8.944\angle -26.565°}}{\mathbf{8.246\angle 14.036°}} \mathbf{2.49\angle 29.036°(A)}$$



$$\mathbf{I}_1 = 2.498\angle 29.036° \qquad \mathbf{I}_2 = 2.71\angle -11.58° \qquad \mathbf{I}_3 = 1.82\angle 105°$$

ÖRNEK

EGER $\mathbf{V}_O = 8\angle 45°$, ISE $\mathbf{V}_S$ 'YI BULUN



ÇÖZÜM PLANI…

I_3'ü hesapla

V_1'i hesapla

I_2,I_1'i hesapla

V_s'yi hesapla

$$\mathbf{I}_3 = \frac{V_O}{2}(A) = 4\angle 45°(A)$$

$$\mathbf{V}_1 = (2 - j2)\mathbf{I}_3 = \sqrt{8}\angle -45° \times 4\angle 45°$$

$$\mathbf{V}_1 = 11.314\angle 0°(V)$$

$$\boldsymbol{I}_2 = \frac{\boldsymbol{V}_1}{\boldsymbol{j}2} = \frac{11.314\angle 0°}{2\angle 90°} = 5.657\angle -90°(\boldsymbol{A})$$

$$\boldsymbol{I}_1 = \boldsymbol{I}_2 + \boldsymbol{I}_3 = 5.657\angle -90° + 4\angle 45°$$

$$\boldsymbol{I}_1 = -\boldsymbol{j}5.657 + (2.828 + \boldsymbol{j}2.828)(\boldsymbol{A})$$

$$\boldsymbol{I}_1 = 2.828 - \boldsymbol{j}2.829(\boldsymbol{A})$$

$$\boldsymbol{V}_S = 2\boldsymbol{I}_1 + \boldsymbol{V}_1 = 2(2.828 - \boldsymbol{j}2.829) + 11.314\angle 0°$$

$$\boldsymbol{V}_S = 16.97 - \boldsymbol{j}5.658(\boldsymbol{V})$$

$$\boldsymbol{V}_S = 17.888\angle -18.439°$$

ANALİZ TEKNİKLERİ

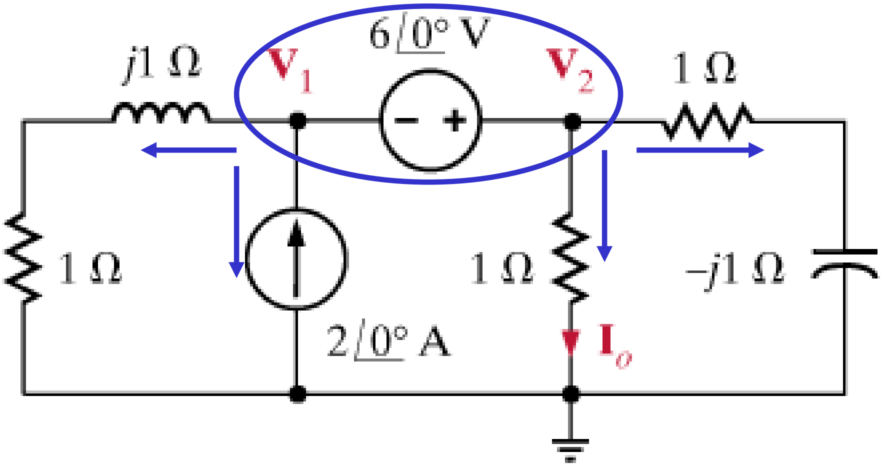
AMAÇ: DİRENÇLİ DEVRELER İÇİN GELİŞTİRİLEN DEVRE ANALİZ TEKNİKLERİ GÖZDEN GEÇİRMEKTİR.
DÜĞÜM VE ÇEVRE ANALİZLERİ, SÜPERPOZİSYON,
KAYNAK DÖNÜŞÜMÜ, THEVENİN VE NORTON TEOREMLERİ.

Düğüm Analizi

DÜĞÜM ANALİZİ

Io'ı BULUN

I_0 BULUN



$$\frac{V_1}{1+j1} - 2\angle 0° + \frac{V_2}{1} + \frac{V_2}{1-j1} = 0$$

$$V_1 - V_2 = -6\angle 0°$$

$$I_0 = \frac{V_2}{1}(A)$$

$$\frac{V_2 - 6\angle 0°}{1+j1} - 2\angle 0° + V_2 + \frac{V_2}{1-j1} = 0$$

$$V_2\left[\frac{1}{1+j1} + 1 + \frac{1}{1-j1}\right] = 2 + \frac{6}{1+j1}$$

$$V_2 \frac{(1-j1)+(1+j1)(1-j1)+(1+j1)}{(1+j1)(1-j1)} = \frac{2(1+j1)+6}{1+j1}$$

$$V_2 \frac{4}{1-j} = 8 + j2$$

$$V_2 = \frac{(4+j)(1-j)}{2}$$

$$\boxed{V_2 = \left(\frac{5}{2} - j\frac{3}{2}\right)}$$

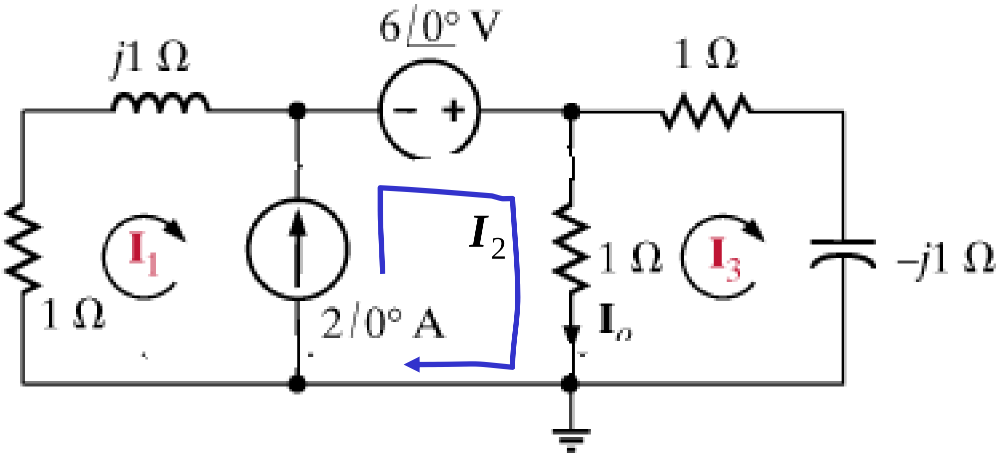
$$\boxed{I_0 = \left(\frac{5}{2} - j\frac{3}{2}\right)(A)}$$

$$\boxed{I_0 = 2.92\angle -30.96°}$$

Çevre Akımları Analizi

ÖRNEK: I_0'ı çevre analizi ile bulunuz?

SÜPER ÇEVRE ANALİZ TEKNiği KULLANILABiLiR



$$\mathbf{I_1 - I_2 = -2\angle 0^\circ}$$

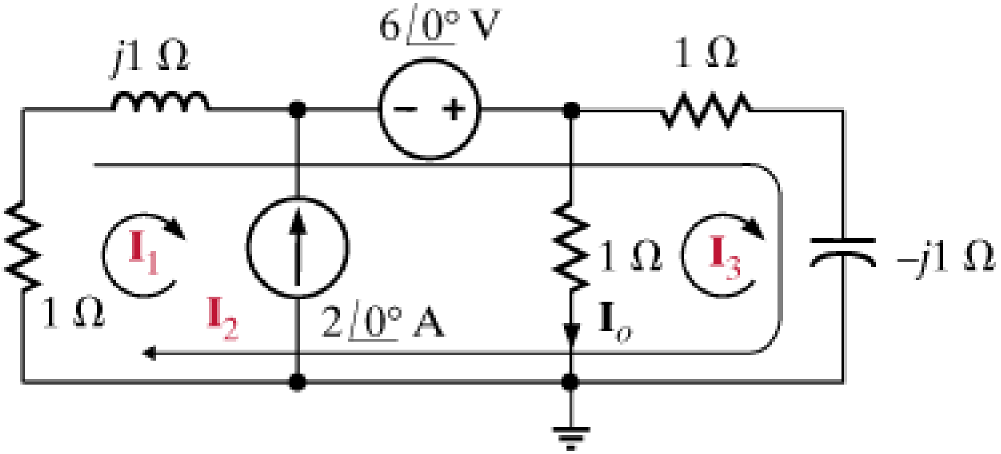
$$\mathbf{SUPERÇEVRE: (1+j)I_1 - 6\angle 0^\circ + (I_2 - I_3) = 0}$$

$$\mathbf{ÇEVRE\ 3: (I_3 - I_2) + (1-j)I_3 = 0}$$

$$I_0 = I_2 - I_3$$

$$\mathbf{I_0 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2}j(A)}$$

ÖRNEK: I_0'ı çevre analizi ile bulunuz?



Io TEK ÇEVRE AKIMI İLE TANIMLANABİLİR

$$I_0 = -I_3$$

$$\text{ÇEVRE1}: \ \mathbf{I_1 = -2\angle 0^\circ}$$

$$\text{ÇEVRE2}: \mathbf{(1+j)(I_1+I_2) - 6\angle 0^\circ + (1-j)(I_2+I_3) = 0}$$

$$\text{ÇEVRE 3}: \ \mathbf{(1-j)(I_2+I_3) + I_3 = 0}$$

I_3BULUNMALIDIR

$$2I_2 + (1-j)I_3 = 6 - (1+j)(-2) \quad /*(1-j)$$

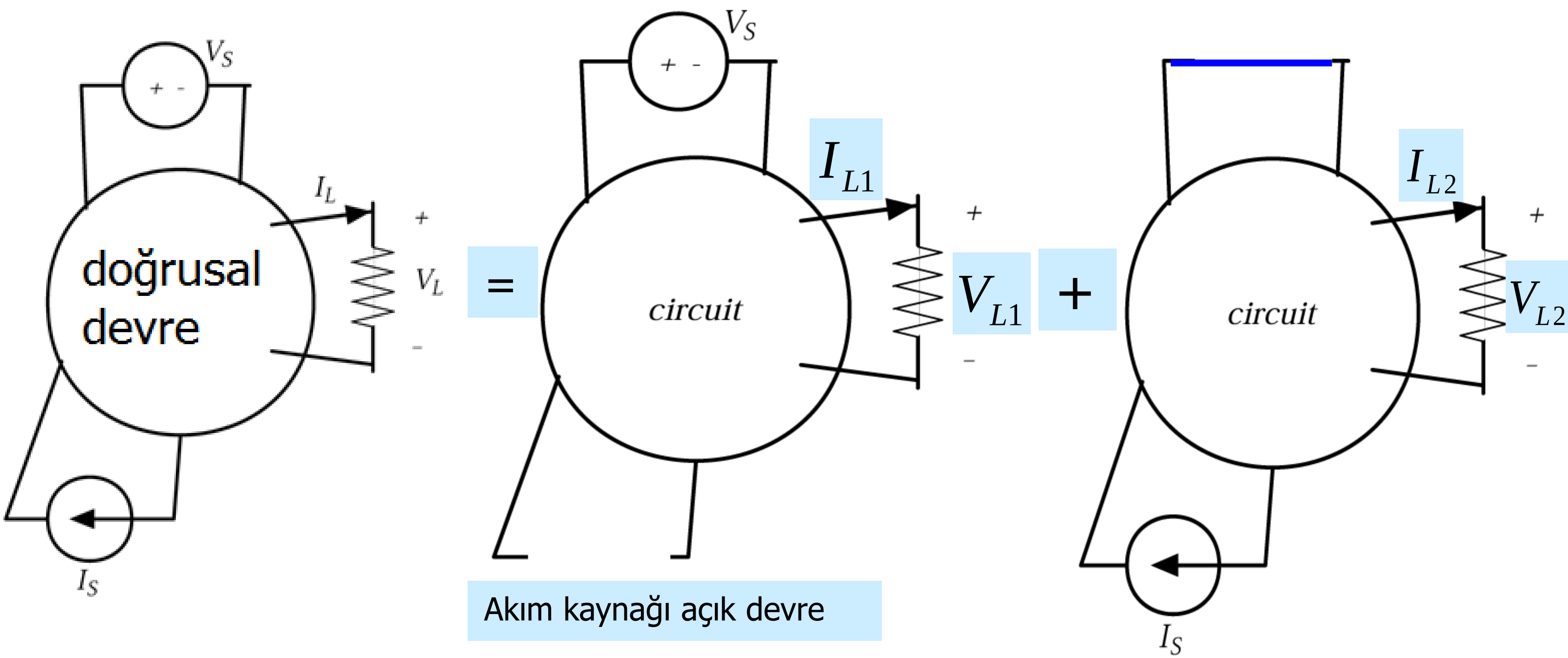
$$(1-j)I_2 + (2-j)I_3 = 0 \quad /*(-2)$$

$$\left((1-j)^2 - 2(2-j)\right)I_3 = (1-j)(8+2j)$$

$$I_3 = \frac{10-6j}{-4} \qquad \mathbf{I_0 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2}j(A)}$$

Süperpozisyon Analizi

KAYNAK SUPERPOZİSYONU



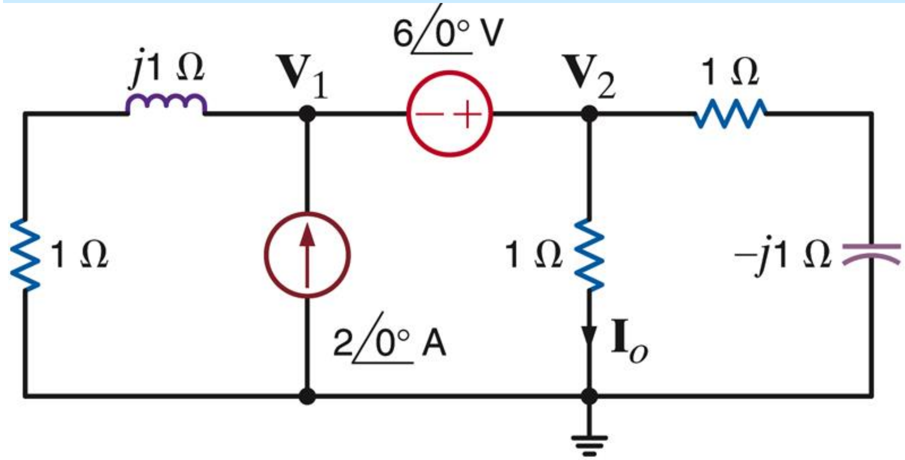
Doğrusallık özelliğinden dolayı;

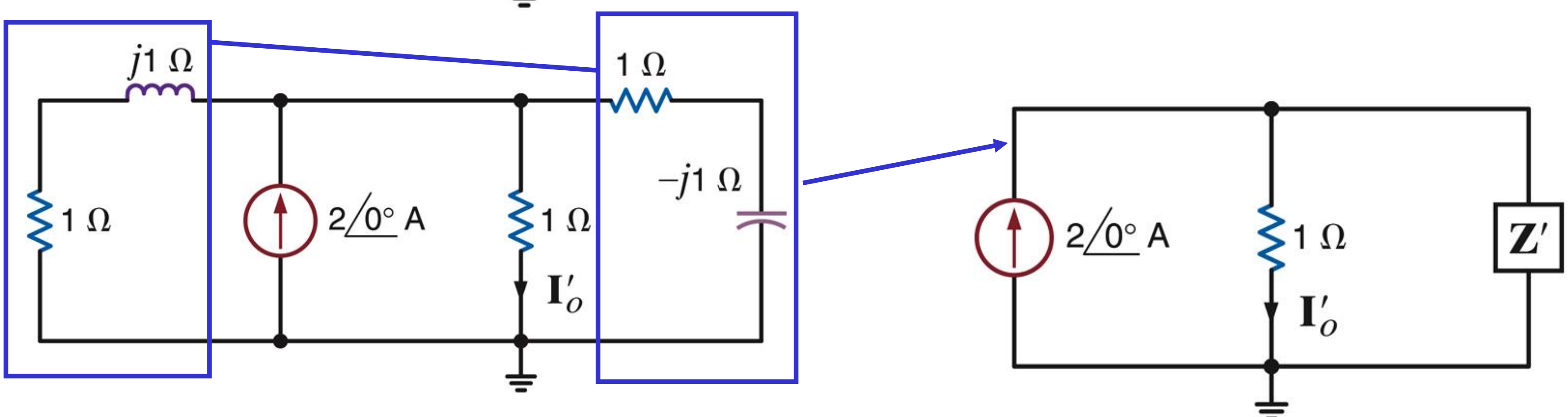
$$I_L = I_{L1} + I_{L2} \qquad V_L = V_{L1} + V_{L2}$$

Kaynak Süperpozisyonu Prensibi

Tek kaynaklı iki devreyi çözmek iki kaynaklı bir devreyi çözmekten daha basit olduğu durumlarda bu yaklaşım daha kullanışlı olacaktır.

ÖRNEK: I_0 akımını kaynak süperpozisyonu ile bulunuz

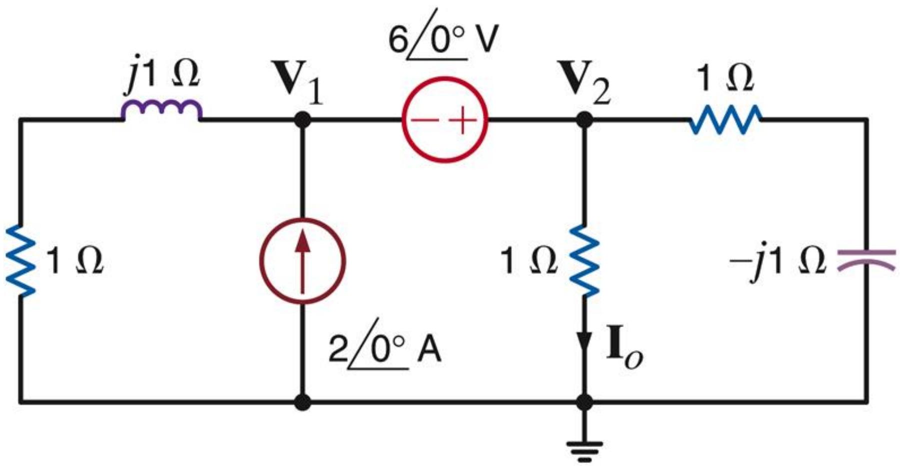


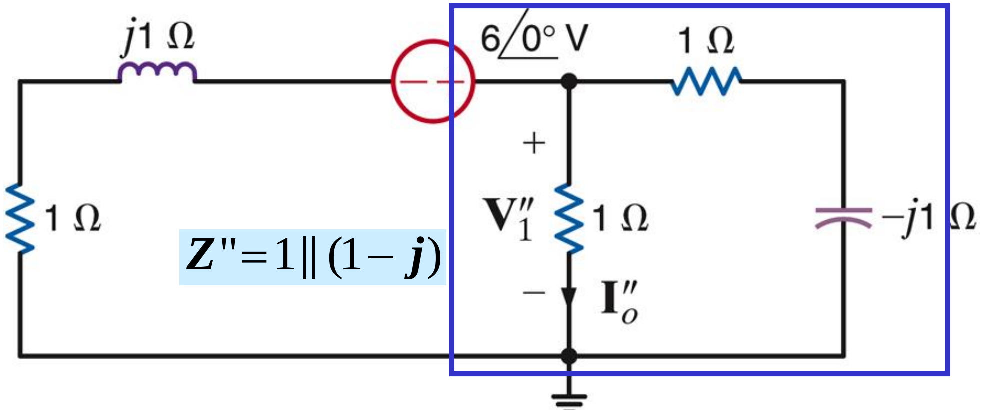


$$Z' = (1+j) \parallel (1-j) = \frac{(1+j)(1-j)}{(1+j)-(1-j)} = 1$$

$$I_0^{'} = 1\angle 0° (A)$$

ÖRNEK: I_0 akımını kaynak süperpozisyonu ile bulunuz





$$Z''=1\parallel(1-j)$$

$$V_1'' = \frac{Z''}{Z''+1+j}6\angle 0°(V)$$

$$I_0'' = \left(\frac{Z''}{Z''+1+j}6\angle 0°/1\right)$$

Z''

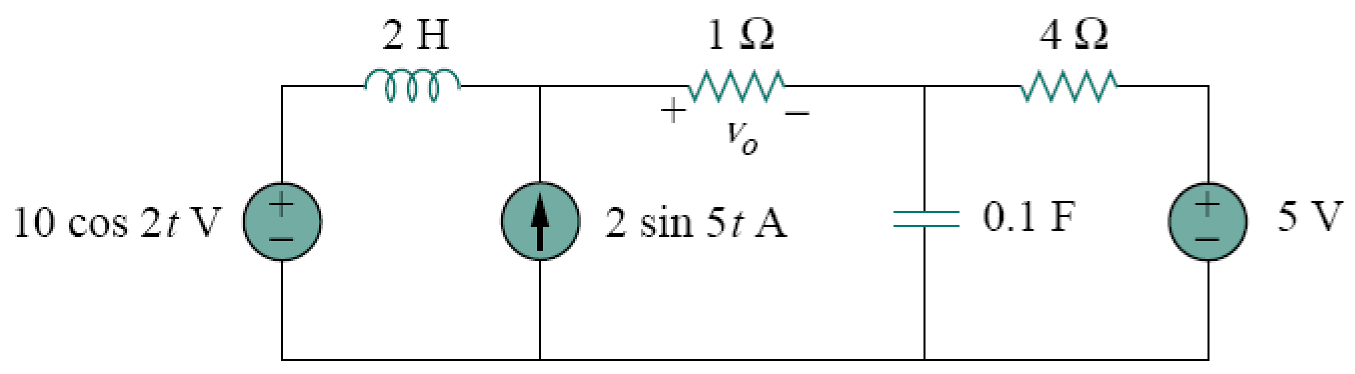
$$I_0'' = \frac{\frac{1-j}{2-j}}{\frac{1-j}{2-j}+1+j}6(A)$$

$$I_0'' = \frac{1-j}{(1-j)+3+j}6$$

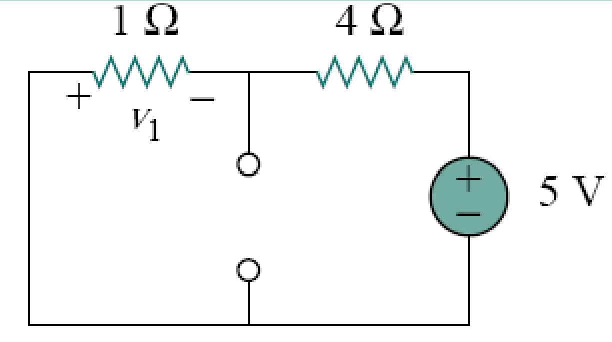
$$I_0'' = \frac{6}{4}-\frac{6}{4}j(A)$$

$$I_0 = I_0' + I_0'' = \left(\frac{5}{2}-\frac{3}{2}j\right)(A)$$

Örnek: Devredeki $\mathbf{V_0}$ gerilimini Süperpozisyon yöntemiyle bulunuz?



$$v_o = v_1 + v_2 + v_3$$

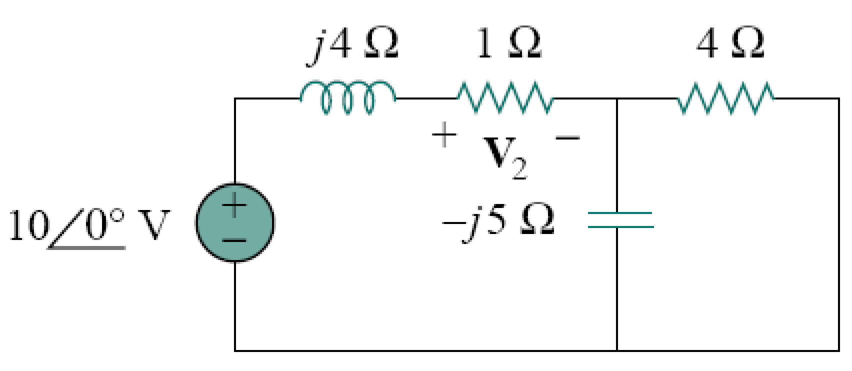


$$-v_1 = \frac{1}{1+4}(5) = 1\ \mathrm{V}$$

$$10\cos 2t \quad \Longrightarrow \quad 10\angle 0^\circ, \qquad \omega = 2 \text{ rad/s}$$

$$2\text{ H} \quad \Longrightarrow \quad j\omega L = j4\ \Omega$$

$$0.1\text{ F} \quad \Longrightarrow \quad \frac{1}{j\omega C} = -j5\ \Omega$$



$$\mathbf{Z} = -j5 \parallel 4 = \frac{-j5 \times 4}{4 - j5} = 2.439 - j1.951$$

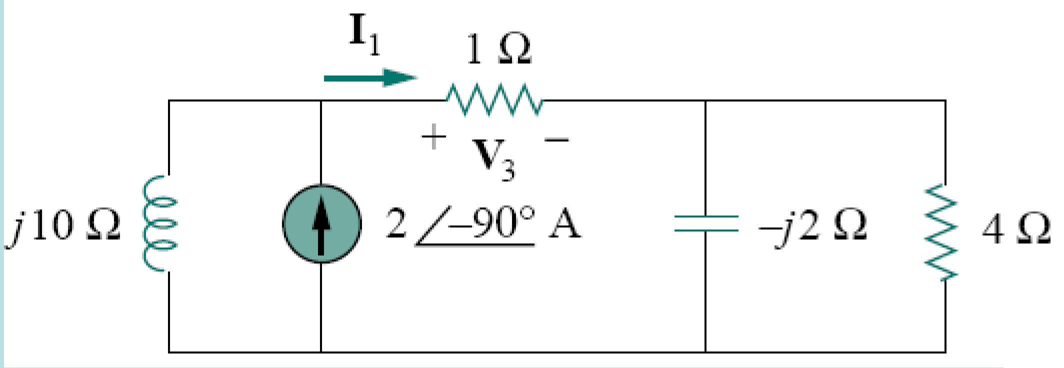
$$\mathbf{V}_2 = \frac{1}{1 + j4 + \mathbf{Z}}(10\angle 0^\circ) = \frac{10}{3.439 + j2.049} = 2.498\angle -30.79^\circ$$

$$v_2 = 2.498\cos(2t - 30.79^\circ)$$

$$2\sin 5t \quad \Longrightarrow \quad 2\angle -90^\circ, \qquad \omega = 5 \text{ rad/s}$$

$$2\text{ H} \quad \Longrightarrow \quad j\omega L = j10\ \Omega$$

$$0.1\text{ F} \quad \Longrightarrow \quad \frac{1}{j\omega C} = -j2\ \Omega$$

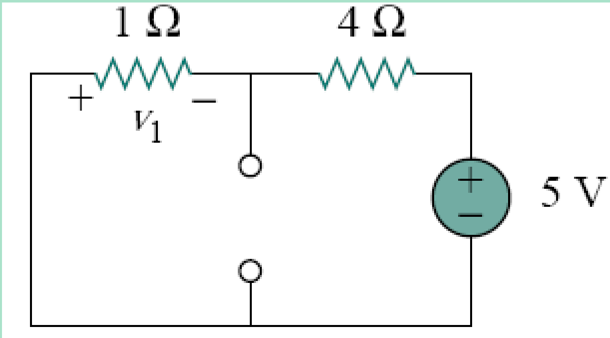


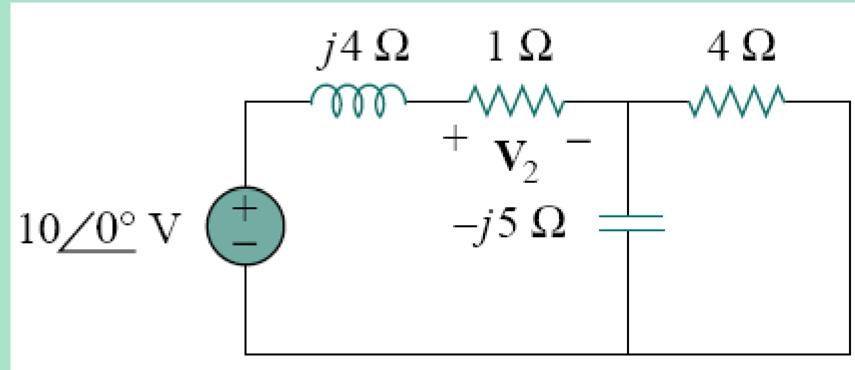
$$\mathbf{Z}_1 = -j2 \parallel 4 = \frac{-j2 \times 4}{4 - j2} = 0.8 - j1.6\ \Omega$$

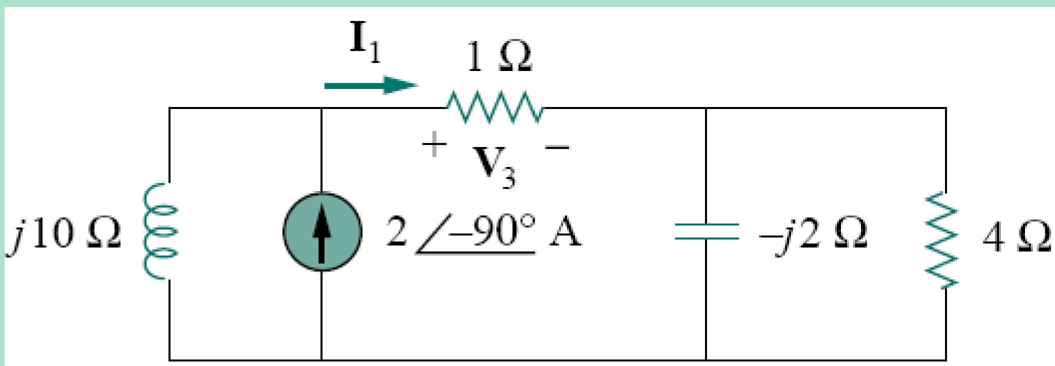
$$\mathbf{I}_1 = \frac{j10}{j10 + 1 + \mathbf{Z}_1}(2\angle -90^\circ)\text{ A}$$

$$\mathbf{V}_3 = \mathbf{I}_1 \times 1 = \frac{j10}{1.8 + j8.4}(-j2) = 2.328\angle -77.91^\circ\text{ V}$$

$$v_3 = 2.33\cos(5t - 77.9^\circ) = 2.33\sin(5t + 12.1^\circ)\text{ V}$$





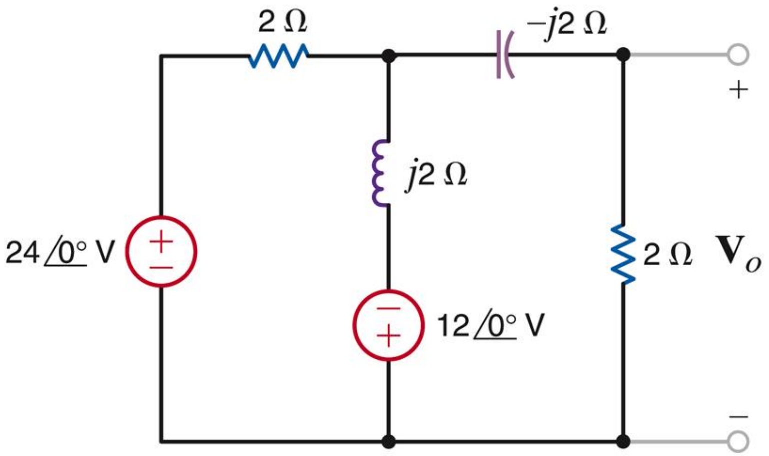


$$v_o = v_1 + v_2 + v_3$$

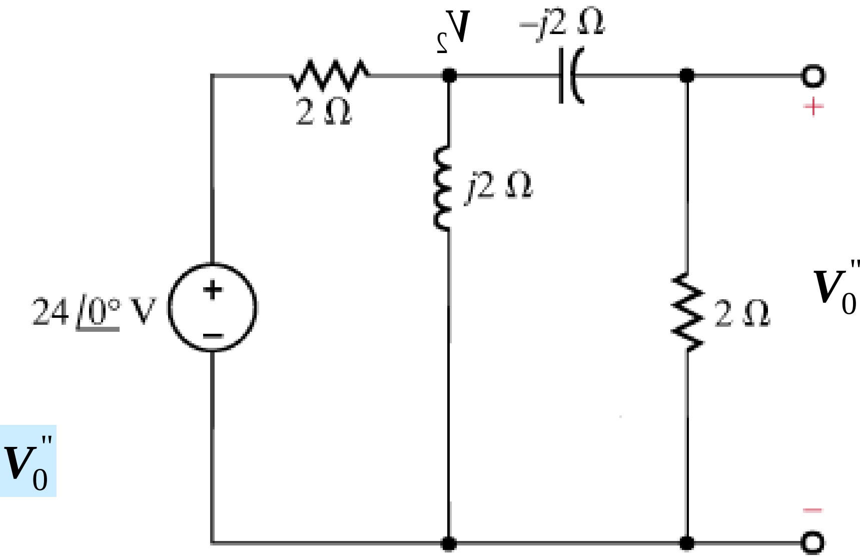
$$v_o(t) = -1 + 2.498\cos(2t - 30.79^\circ) + 2.33\sin(5t + 12^\circ)\ \mathrm{V}$$

Siz Çözün

V_0 gerilimini bulun



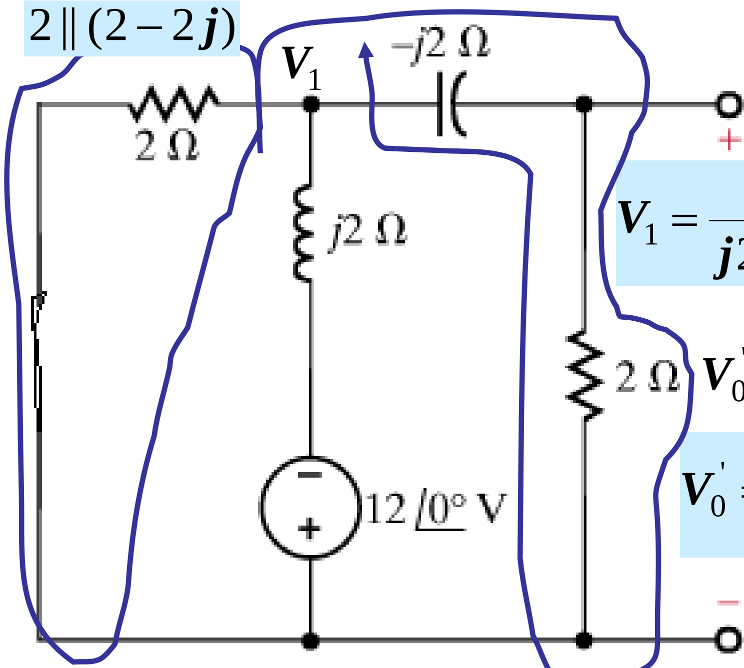
$$V_0 = V_0^{'} + V_0^{''}$$



$$V_2 = \frac{(2j)\,\|\,(2-2j)}{2+(2j\,\|\,(2-2j)}\,24\angle 0^\circ$$

$$V_0^{''} = \frac{2}{2-2j}V_2$$

$2\,\|\,(2-2j)$



$$V_1 = \frac{2\,\|\,(2-2j)}{j2+(2\,\|\,2-2j)}(-12\angle 0^\circ)$$

$$V_0^{'} = \frac{2}{2-2j}V_1$$

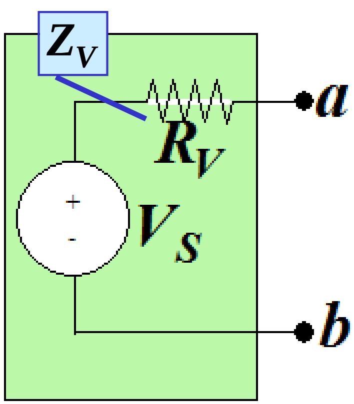
Kaynak Dönüşümü Analizi

- Bir empedans ile seri bağlı bir gerilim kaynağı, aynı empedans ile paralel bağlı bir akım kaynağı ile değiştirilebilir.
- Tersi de yapılabilir.
- Seri bağlı gerilim kaynakları eşdeğer tek bir kaynakla, veya paralel bağlı akım kaynakları eşdeğer tek bir kaynakla temsil edilebilir.
- Tekrar tekrar yapılan bu işlemler devre elemanlarının sayısının azalmasını ve devrenin basit bir devre durumuna gelmesini sağlar.

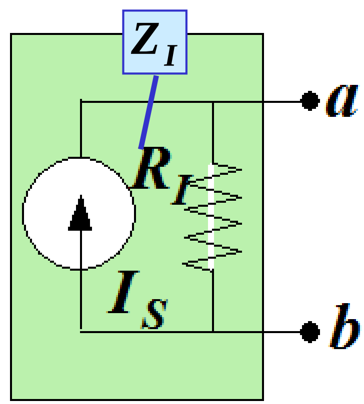
Bir devrenin karmaşıklığını azaltmak için Kaynak Dönüşümü iyi bir gereçtir ...

NE ZAMAN UYGULANABİLİR!!

“ideal kaynaklar” kaynakların gerçek davranışları için iyi modeller değildirler.



Gerçek gerilim kaynağı



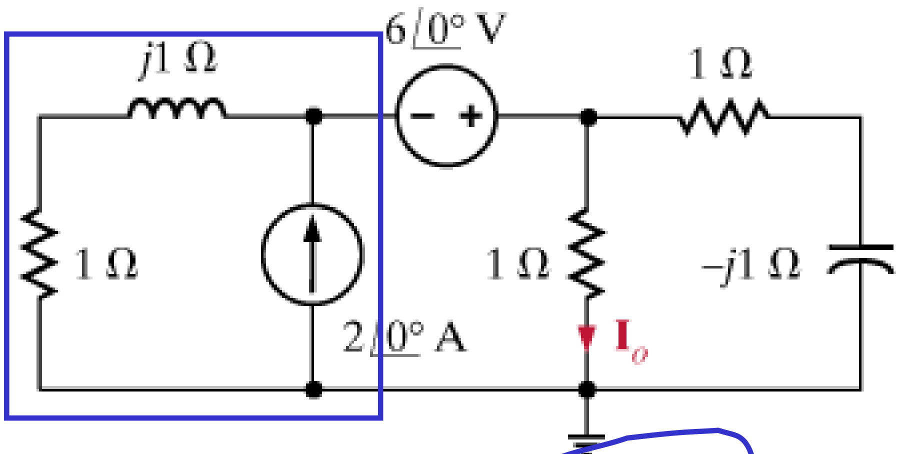
Gerçek akım kaynağı

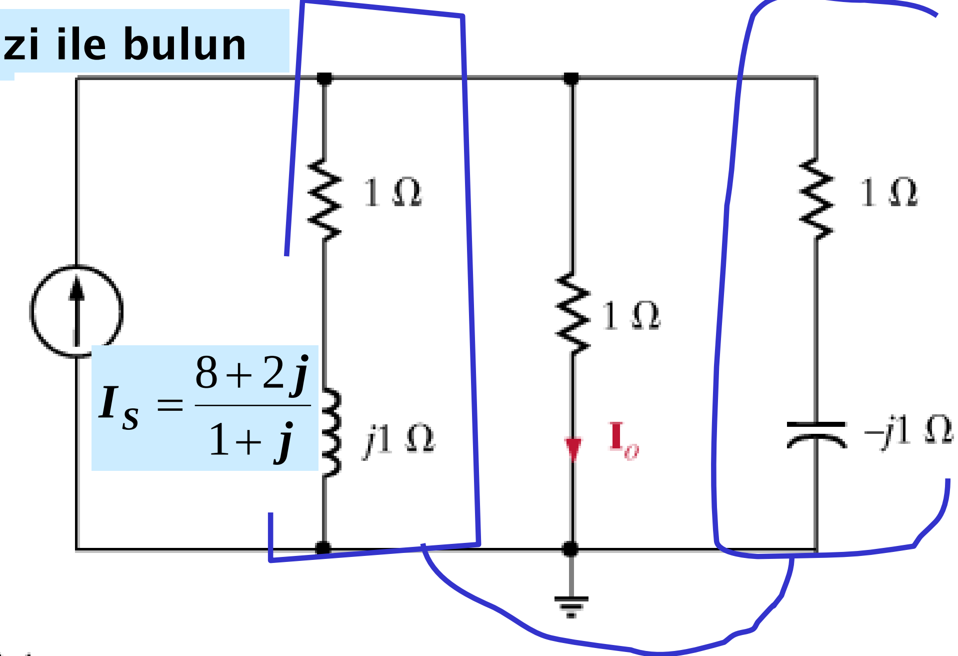
MODELLER ESDEGERDIR EGER;

$$R_V = R_I = R$$
$$V_S = RI_S$$

$$Z_V = Z_I = Z$$
$$V_S = Z I_S$$

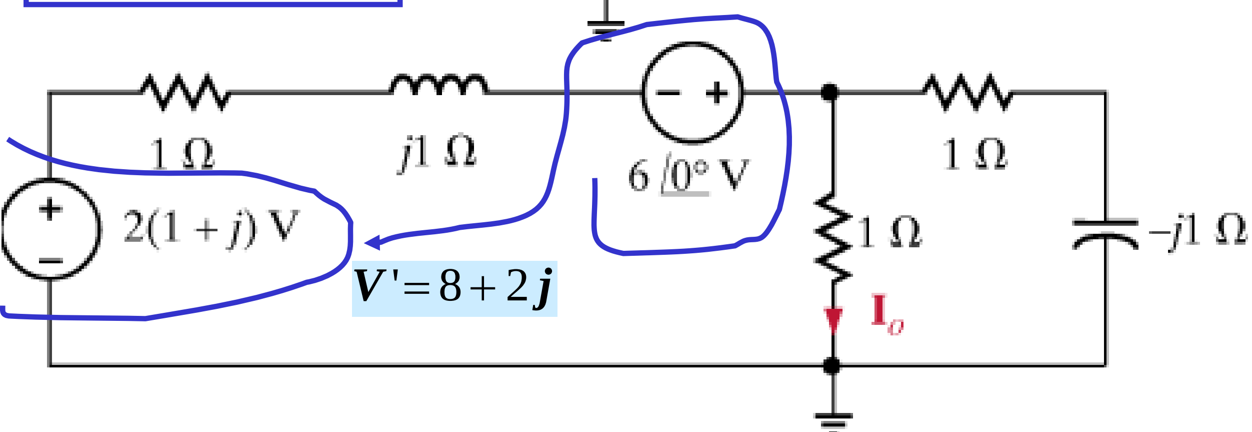
ÖRNEK: I_0 akımını kaynak dönüşümü analizi ile bulun





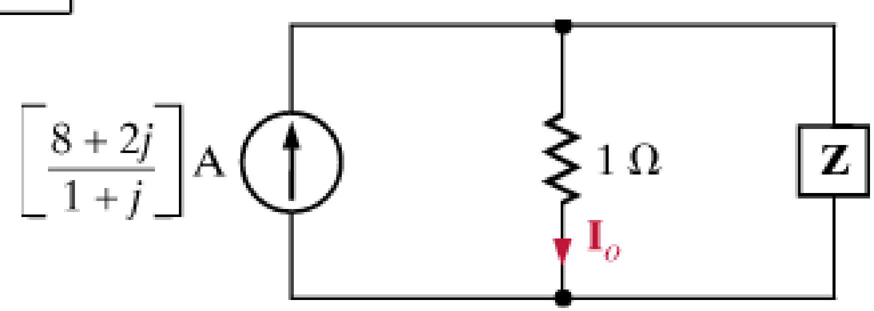
$$I_S = \frac{8+2j}{1+j}$$

$$Z = (1+j) \parallel (1-j) = 1\Omega$$



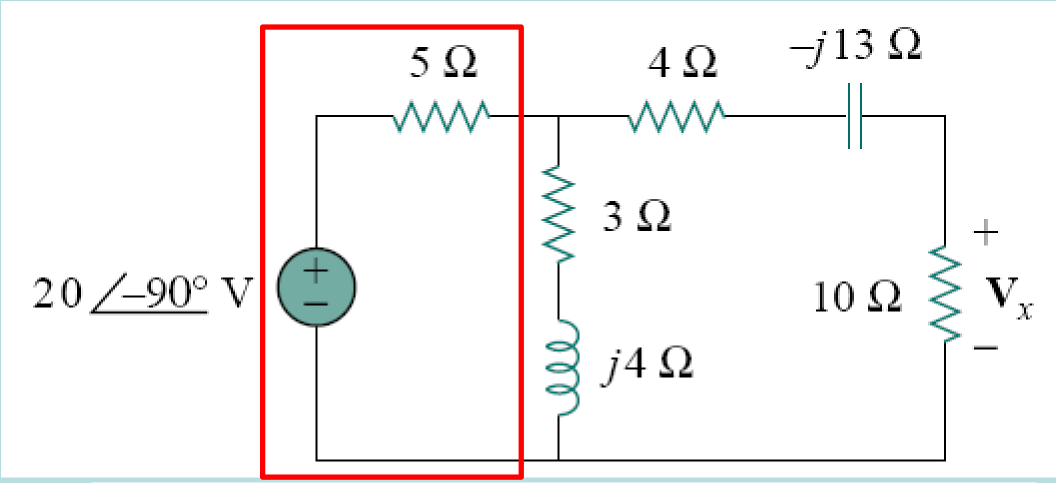
$$V' = 8+2j$$

Şimdi gerilim-akım dönüşümü yapalım

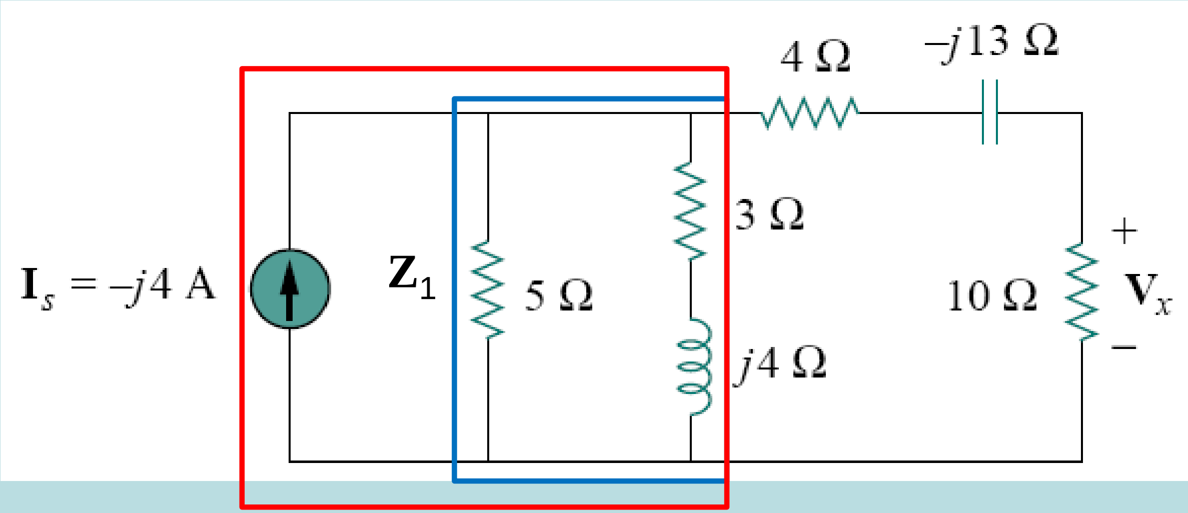


$$I_0 = \frac{I_S}{2} = \frac{4+j}{1+j} = \frac{(4+j)(1-j)}{(1+j)(1-j)} = \frac{5-3j}{2}$$

Örnek-2. Devredeki $\mathbf{V_x}$ değerini Kaynak Dönüşümü yöntemiyle bulunuz?

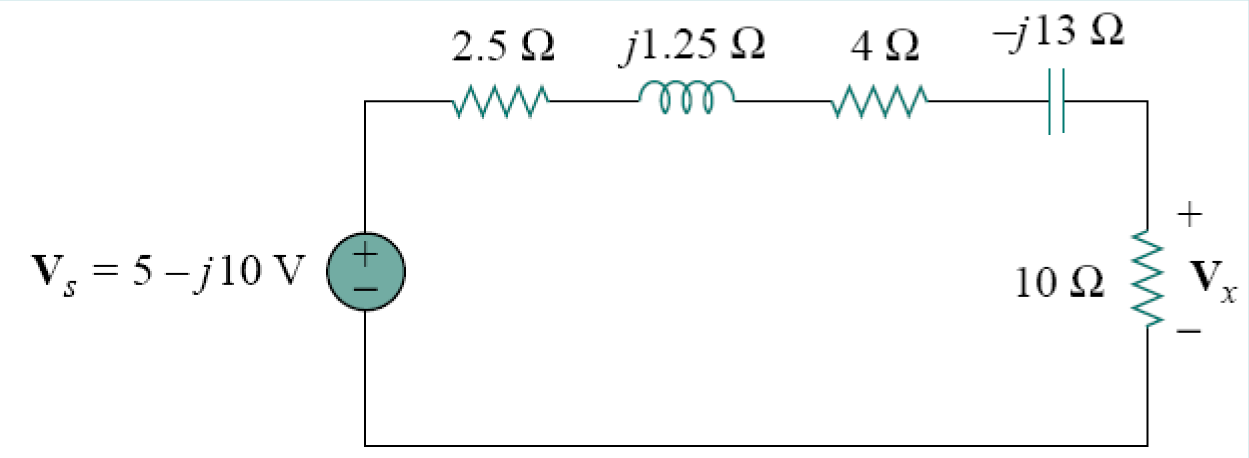


$$\mathbf{I}_s = \frac{20\angle -90^\circ}{5} = 4\angle -90^\circ = -j4 \text{ A}$$



$$\mathbf{Z}_1 = \frac{5(3 + j4)}{8 + j4} = 2.5 + j1.25\ \Omega$$

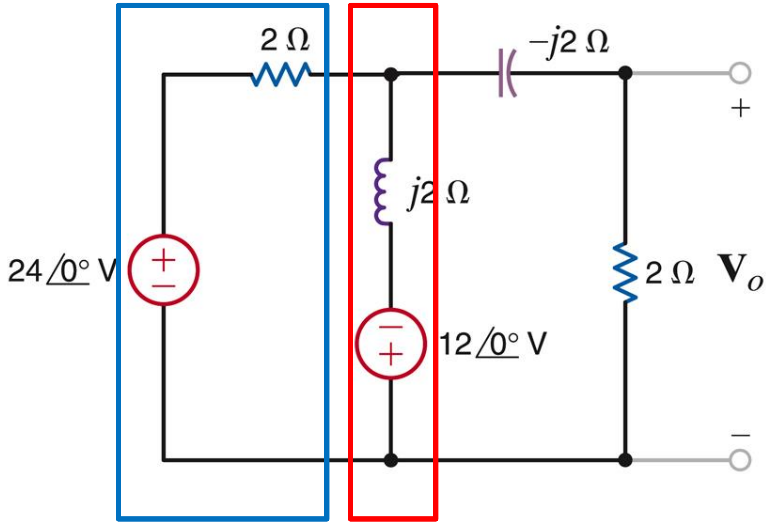
$$\mathbf{V}_s = \mathbf{I}_s\mathbf{Z}_1 = -j4(2.5 + j1.25) = 5 - j10\ \text{V}$$

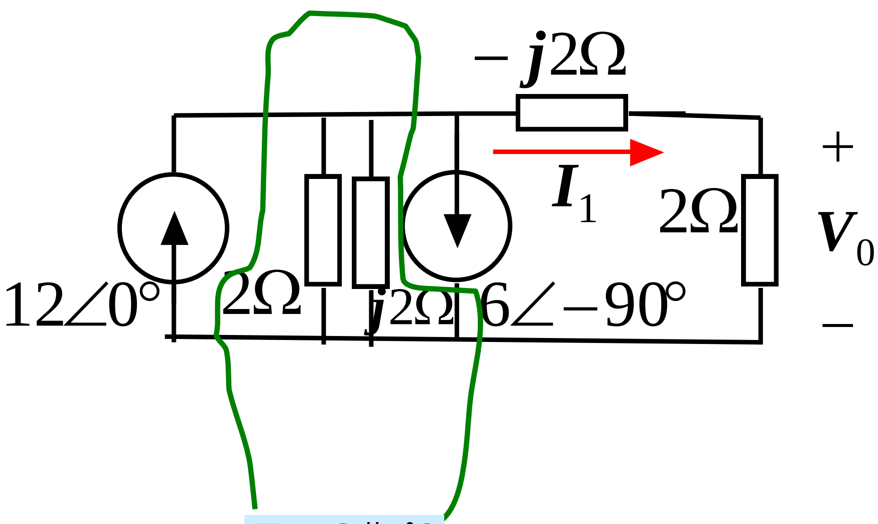


$$\mathbf{V}_x = \frac{10}{10 + 2.5 + j1.25 + 4 - j13}(5 - j10) = 5.519\angle -28^\circ\ \text{V}$$

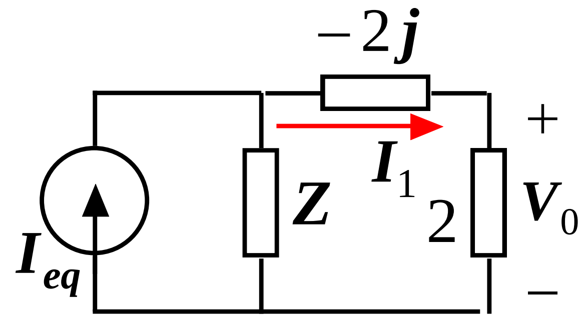
Siz Çözün

V_0 gerilimini bulun





$Z = 2 \parallel j2$



$$I_{eq} = 12\angle 0° - 6\angle -90° = 12 + 6j$$

$$I_1 = \frac{Z}{Z + 2 - 2j} I_{eq}$$

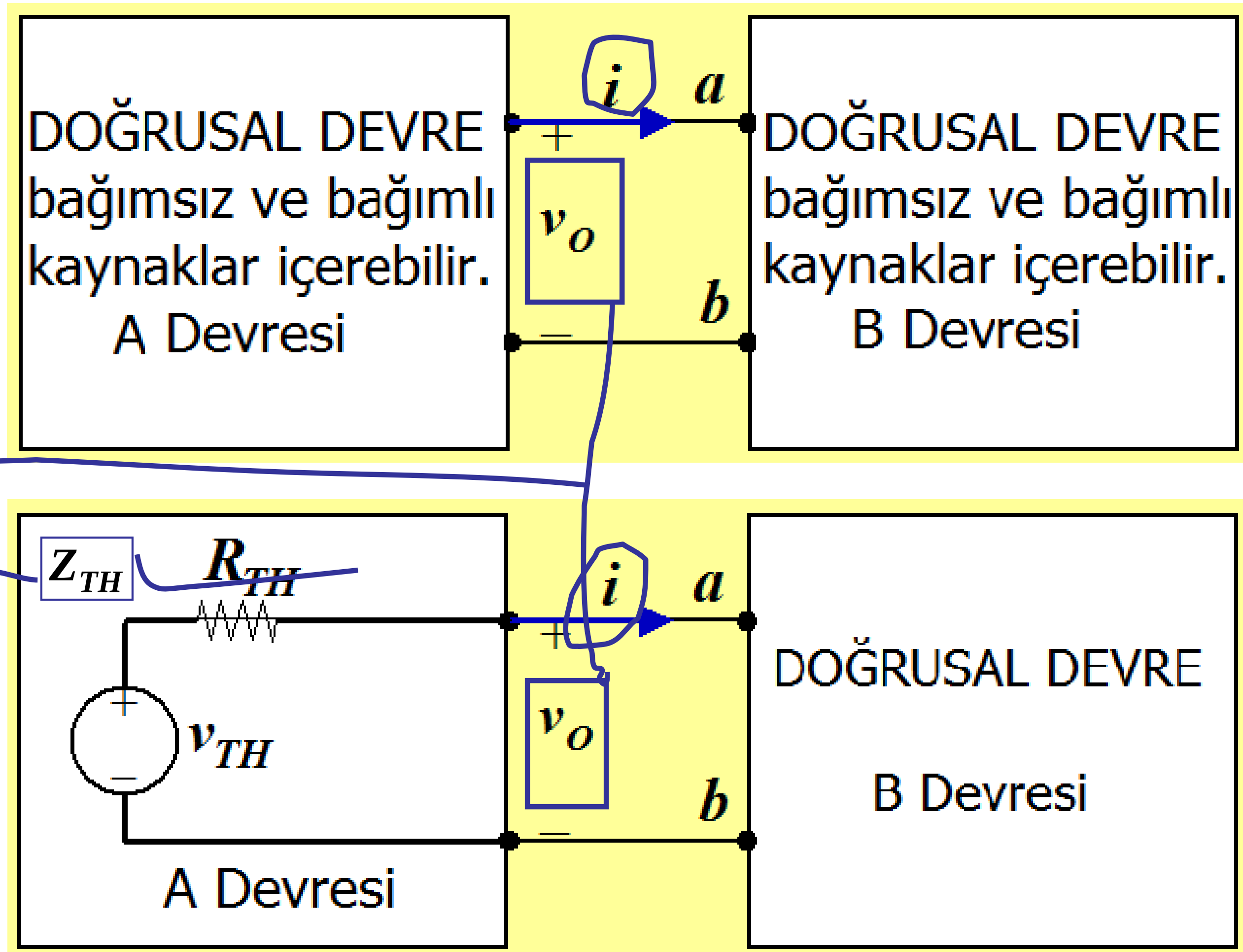
$$V_0 = 2I_1$$

Thevenin Analizi

Kaynak Dönüşümü Thevenin veya Norton Eşdeğerlerini belirlemek için de kullanılabilir...

FAKAT DAHA ETKİLİ TEKNİKLER DE VARDIR

THEVENIN'İN EŞDEĞERLİK TEOREMİ



Fazör

A Devresinin

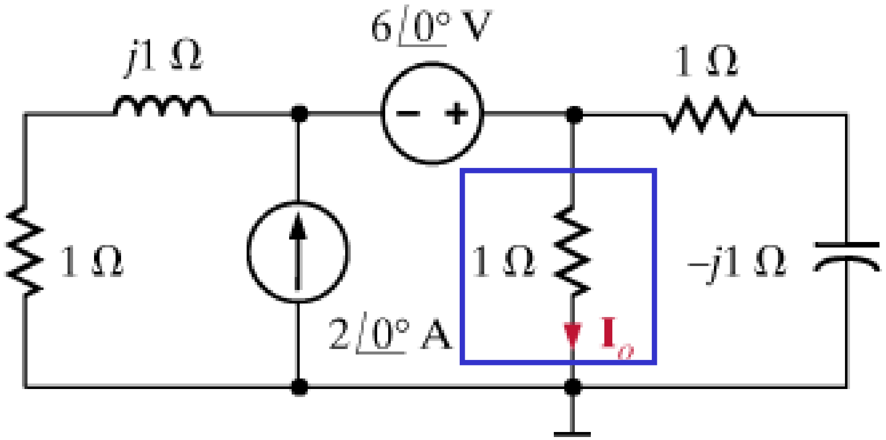
Thevenin Eşdeğer Devresi

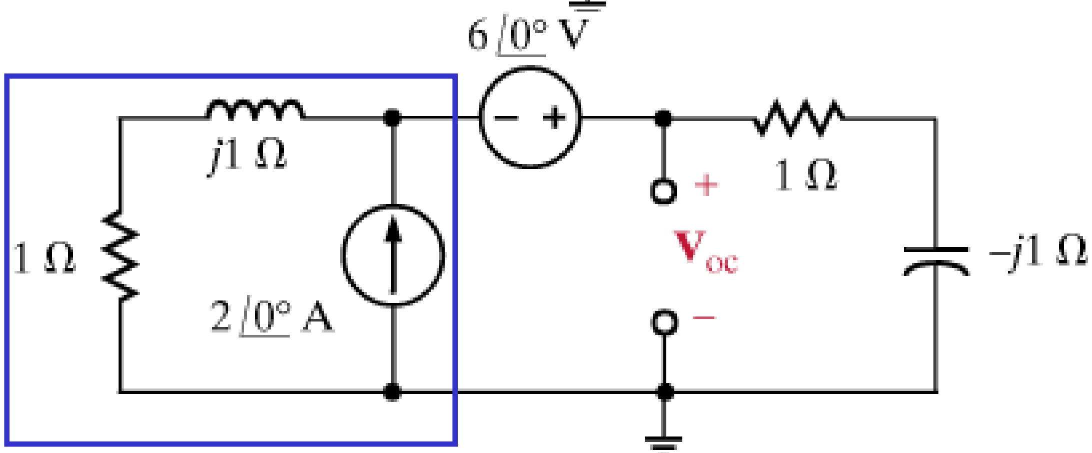
v_{TH} Thevenin Esdeger Kaynagi

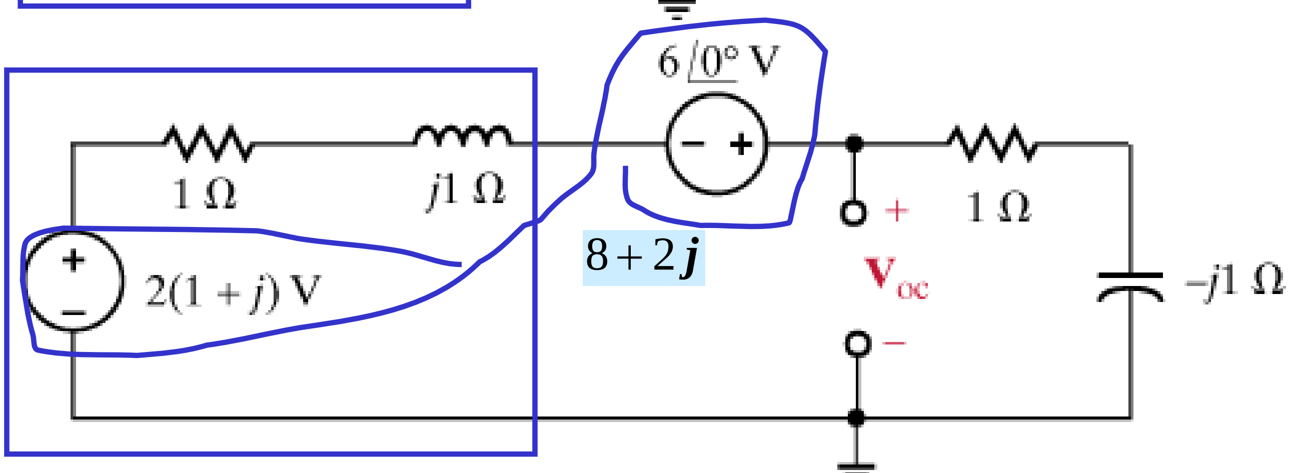
R_{TH} Thevenin Esdeger Direnci

Empedans

ÖRNEK: I_0 akımını Thevenin Analizi ile bulunuz





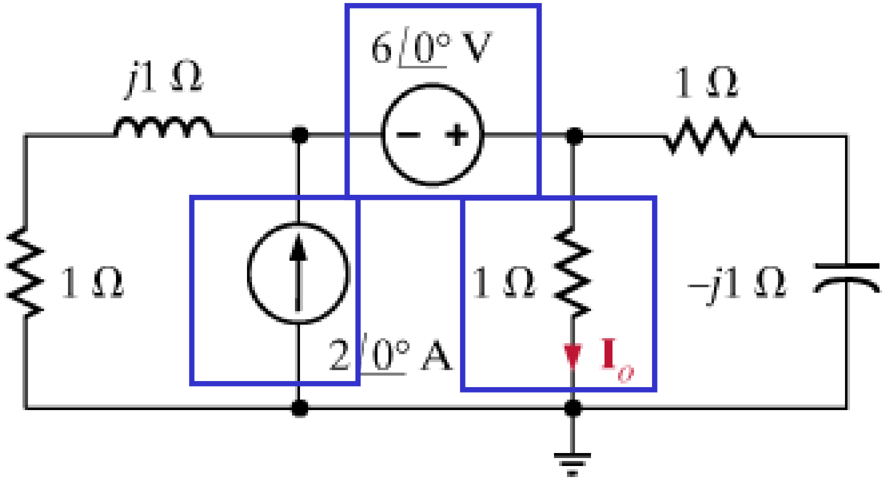


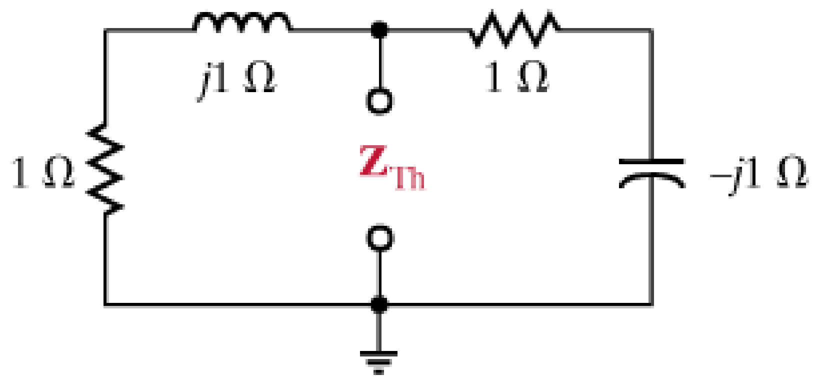
Gerilim Bölüşümü

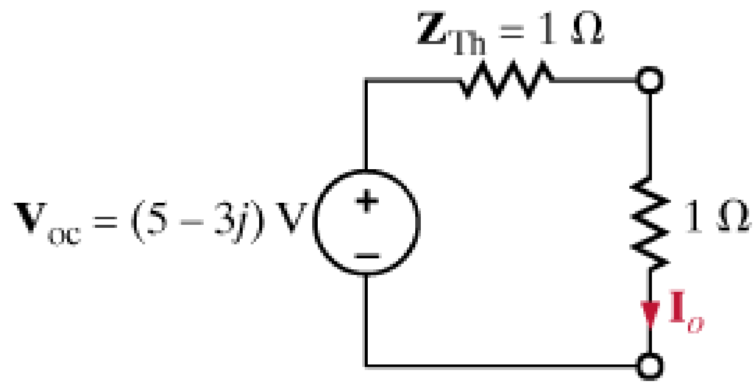
$$\mathbf{V}_{OC} = \frac{1-j}{(1+j)+(1-j)}(8+2j)$$

$$\mathbf{V}_{OC} = \frac{10-6j}{2} = 5-j3$$

ÖRNEK -devamı: I_0 akımını Thevenin Analizi ile bulunuz



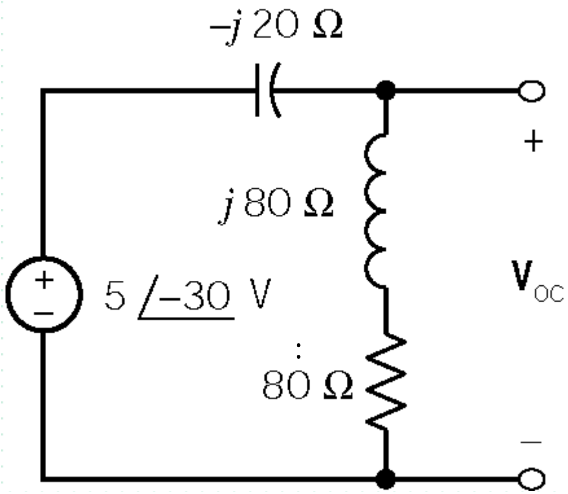




$$Z_{TH} = (1+j) \parallel (1-j) = 1\Omega$$

$$I_0 = \frac{5-3j}{2}(A)$$

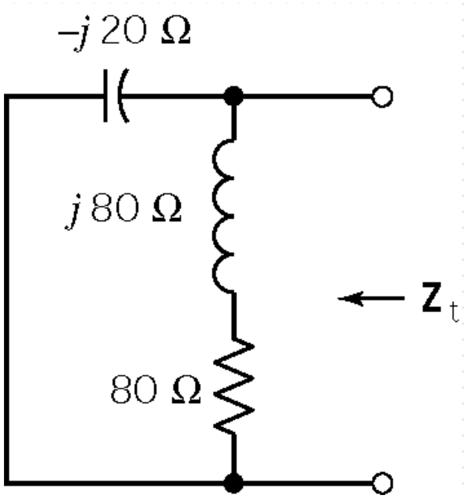
Örnek-2. Thevenin eşdeğerini elde ediniz



$$\mathbf{V}_{oc} = (5\angle -30^\circ)\left(\frac{80 + j80}{80 + j80 - j20}\right)$$

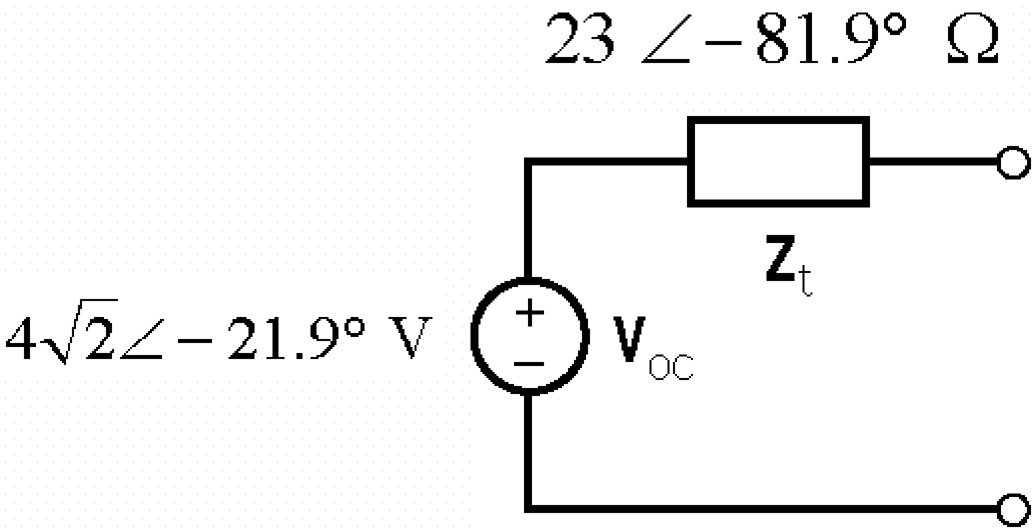
$$= (5\angle -30^\circ)\left(\frac{80\sqrt{2}\angle 45^\circ}{100\angle 36.90^\circ}\right)$$

$$= 4\sqrt{2}\angle -21.9^\circ \text{ V}$$

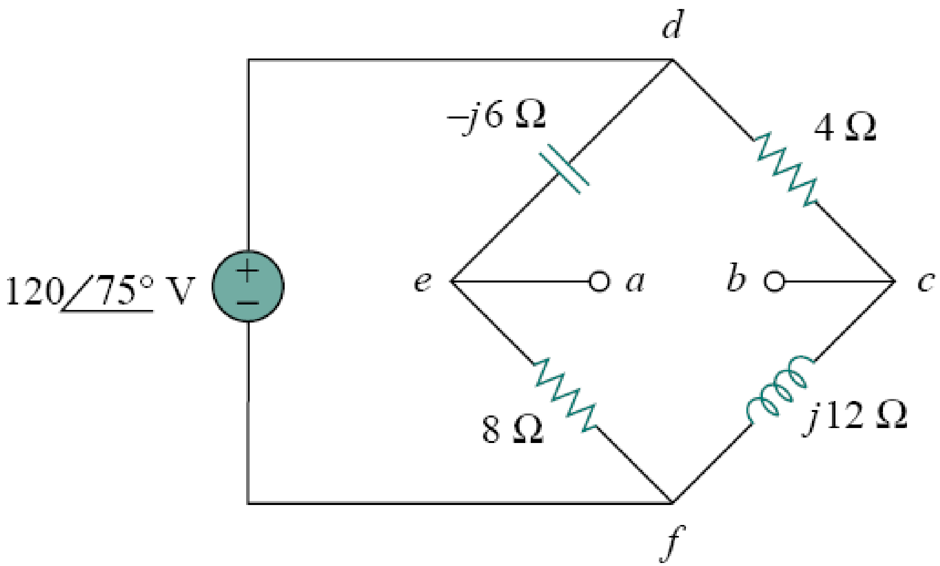


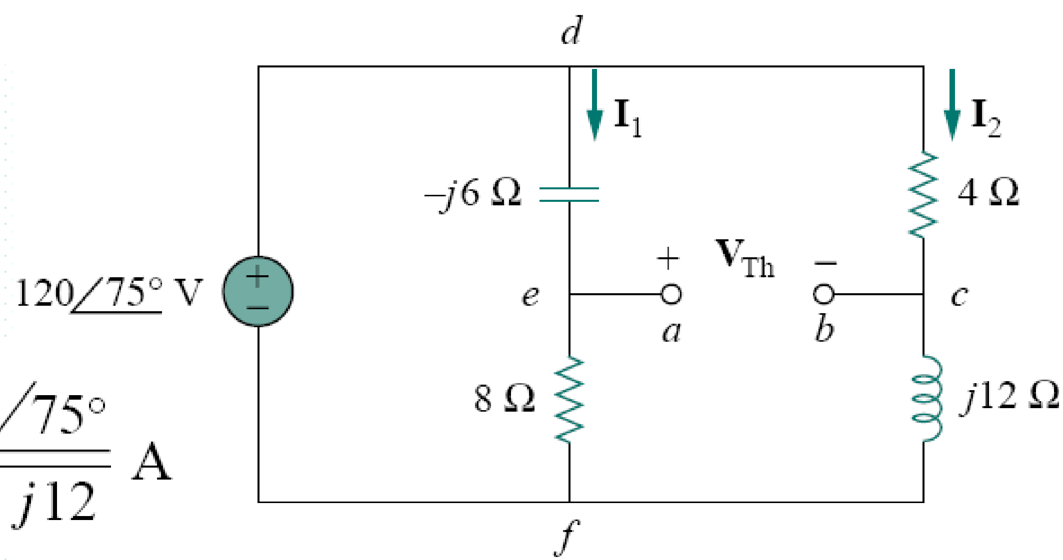
$$\mathbf{Z}_t = \frac{(-j20)(80 + j80)}{-j20 + 80 + j80} = 23\angle -81.9^\circ \ \Omega$$

Örnek-2 (devam)



Örnek-3. a-b uçlarına göre Thevenin eşdeğerini elde ediniz



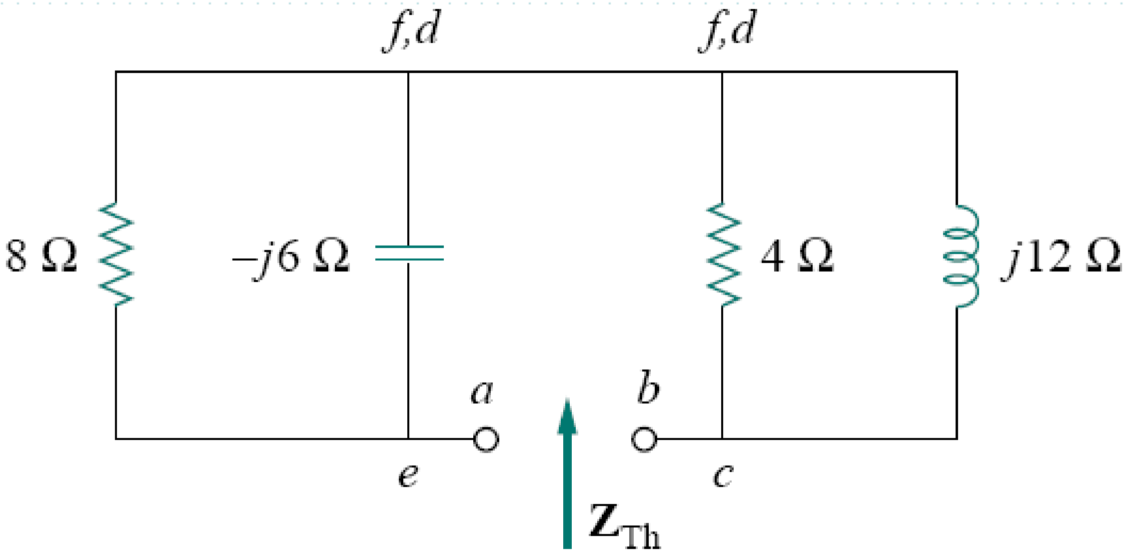


$$\mathbf{I}_1 = \frac{120\angle 75°}{8 - j6} \text{ A}, \qquad \mathbf{I}_2 = \frac{120\angle 75°}{4 + j12} \text{ A}$$

$$\mathbf{V}_{\mathrm{Th}} - 4\mathbf{I}_2 + (-j6)\mathbf{I}_1 = 0$$

veya

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{\mathrm{Th}} = 4\mathbf{I}_2 + j6\mathbf{I}_1 &= \frac{480\underline{/75^\circ}}{4 + j12} + \frac{720\underline{/75^\circ + 90^\circ}}{8 - j6} \\ &= 37.95\underline{/3.43^\circ} + 72\underline{/201.87^\circ} \\ &= -28.936 - j24.55 = 37.95\underline{/220.31^\circ}\ \mathrm{V}\end{aligned}$$



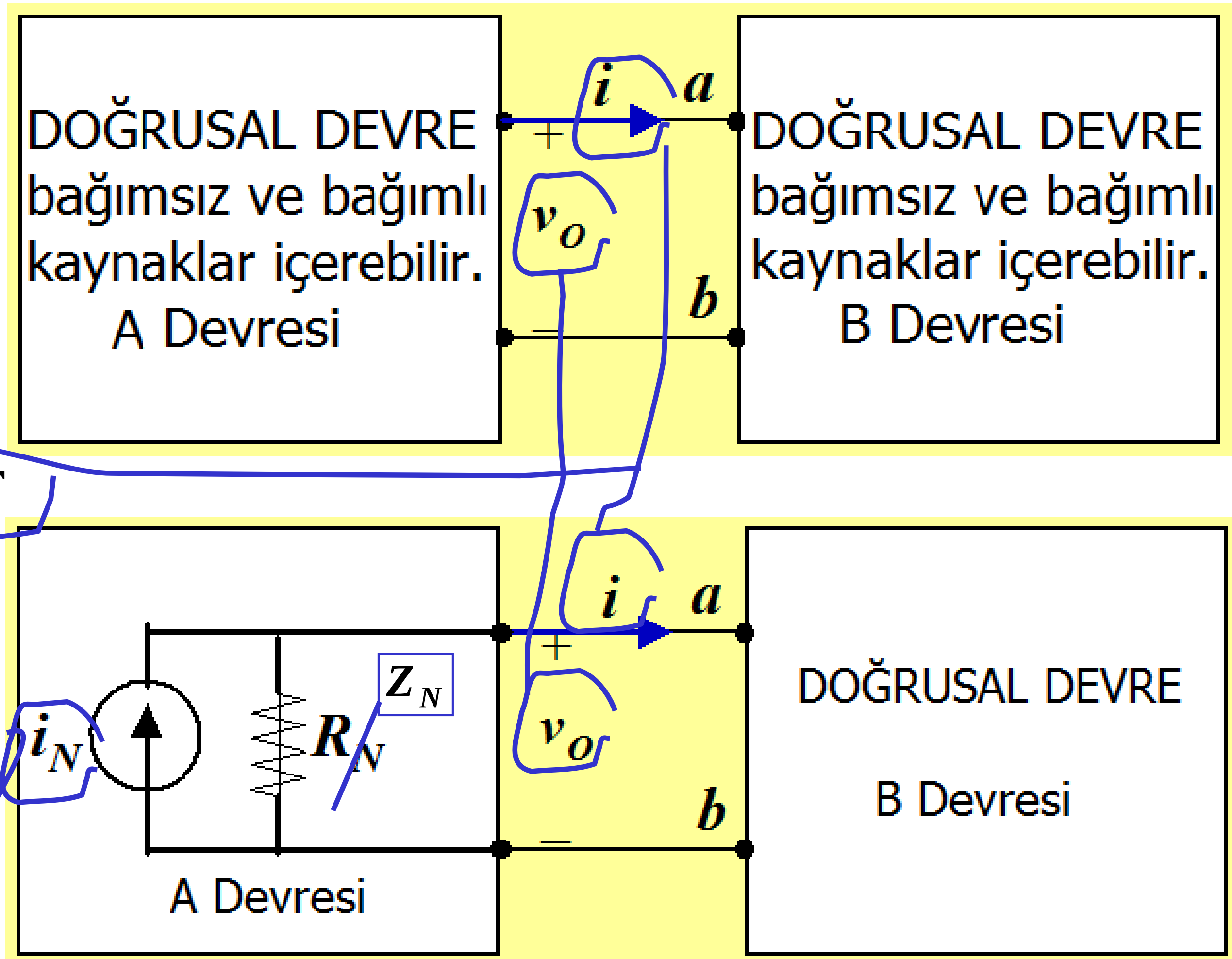
$$\mathbf{Z}_1 = -j6 \parallel 8 = \frac{-j6 \times 8}{8 - j6} = 2.88 - j3.84\ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_2 = 4 \parallel j12 = \frac{j12 \times 4}{4 + j12} = 3.6 + j1.2\ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{Th}} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = 6.48 - j2.64\ \Omega$$

Norton Analizi

NORTON'UN EŞDEĞERLİK TEOREMİ



Fazör

A Devresinin

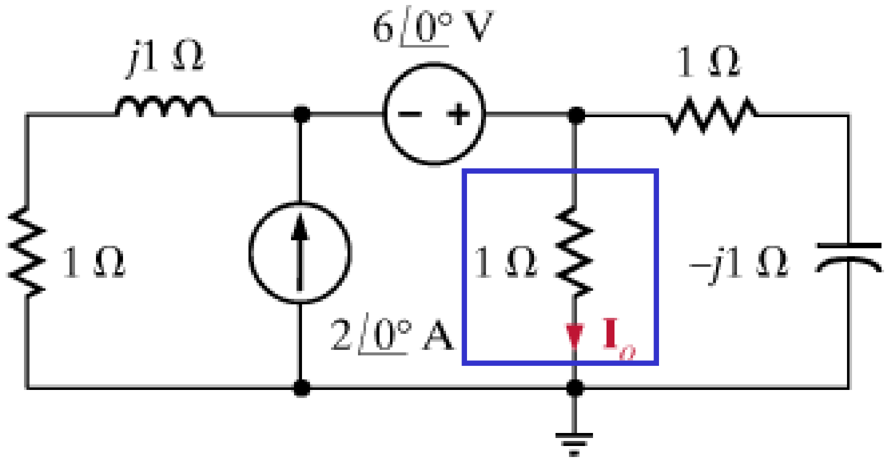
Norton Eşdeğer Devresi

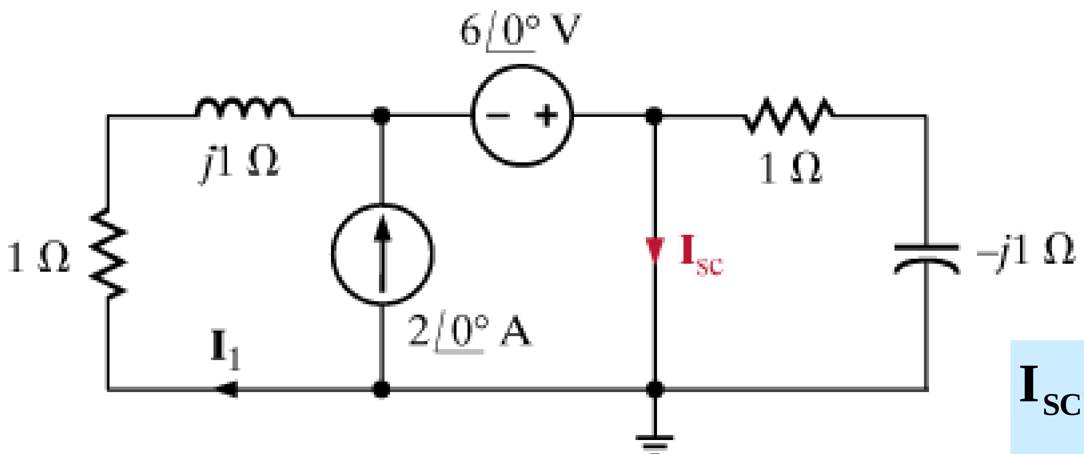
i_N Thevenin Esdeger Kaynagi

R_N $\boxed{Z_N}$ Thevenin Esdeger Direnci

Empedans

ÖRNEK: $\mathbf{I}_0$'ı Norton teoremi ile bulunuz?

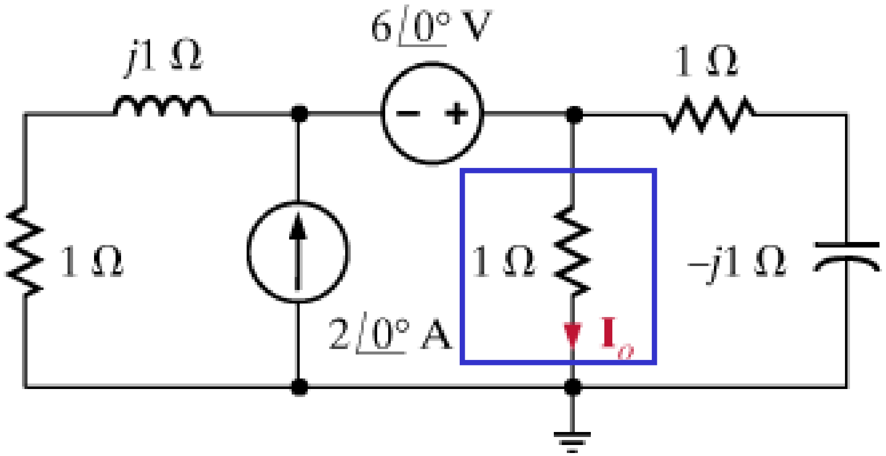


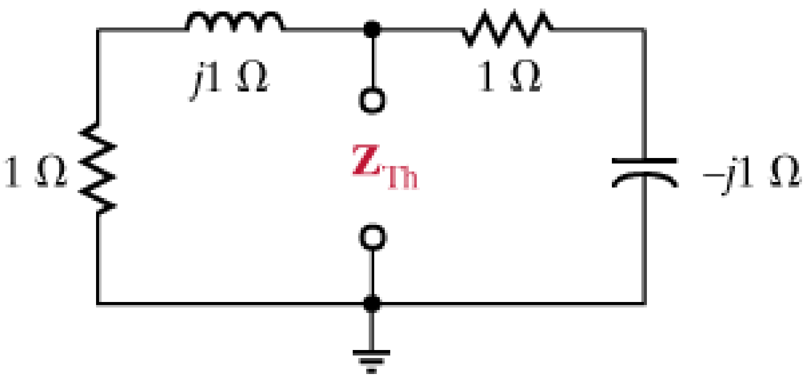


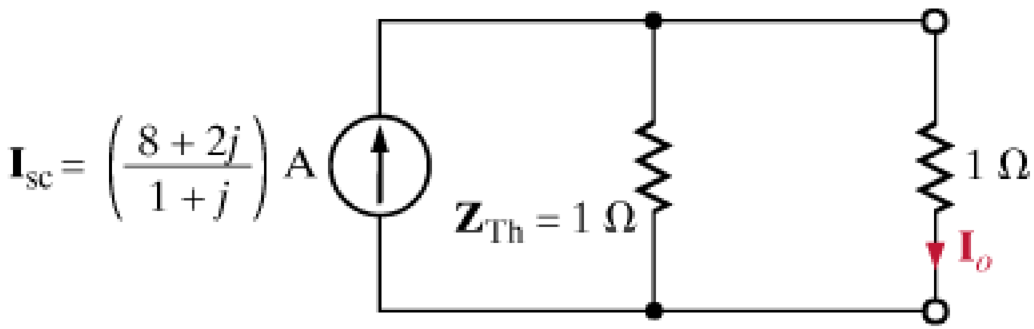
$$\mathbf{I_{SC}} = \mathbf{I_1} + 2\angle 0^0$$

$$\mathbf{I_{SC}} = 2\angle 0° + \frac{6\angle 0°}{1+j} = \frac{8+2j}{1+j}(\mathbf{A})$$

ÖRNEK: $\mathbf{I}_0$'ı Norton teoremi ile bulunuz?



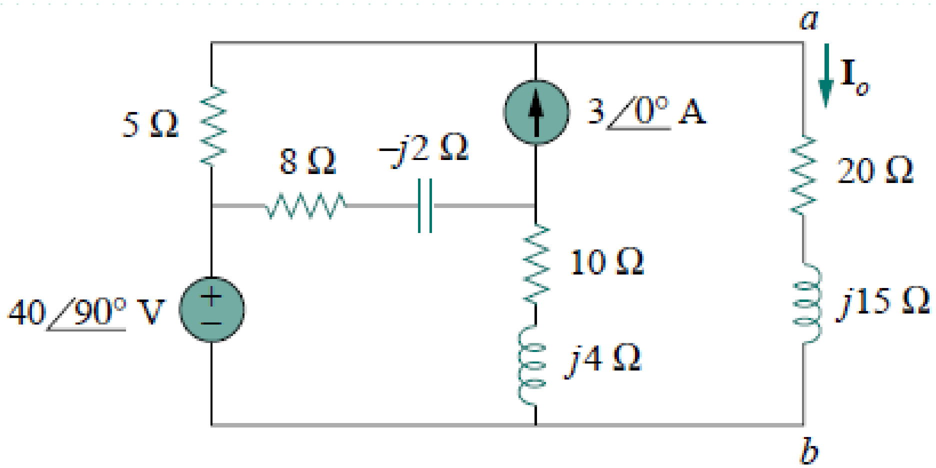


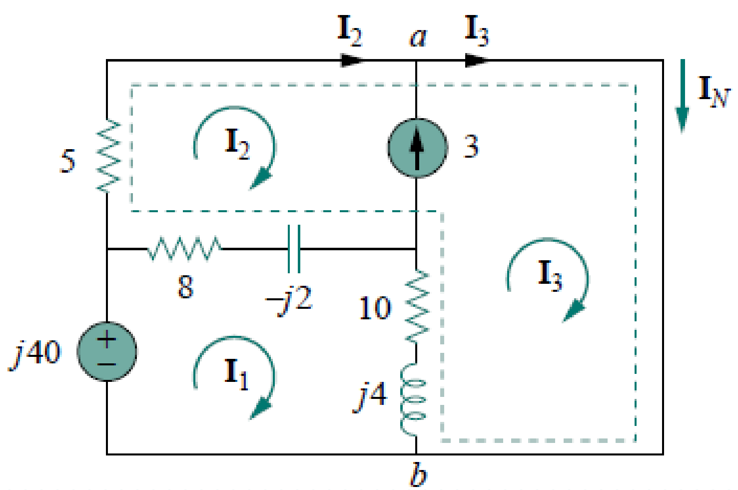


$$Z_{TH} = (1+j) \parallel (1-j) = 1\Omega$$

$$\mathbf{I_0} = \frac{\mathbf{I_{SC}}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{4+j}}{\mathbf{1+j}} = \frac{(4+j)(1-j)}{(1+j)(1-j)} = \frac{5-3j}{2}$$

Örnek-2 Io akımını Norton Analizi ile bulunuz





$$(13 - j2)\mathbf{I}_2 + (10 + j4)\mathbf{I}_3 - (18 + j2)\mathbf{I}_1 = 0$$

$$-j40 + (18 + j2)\mathbf{I}_1 - (8 - j2)\mathbf{I}_2 - (10 + j4)\mathbf{I}_3 = 0$$

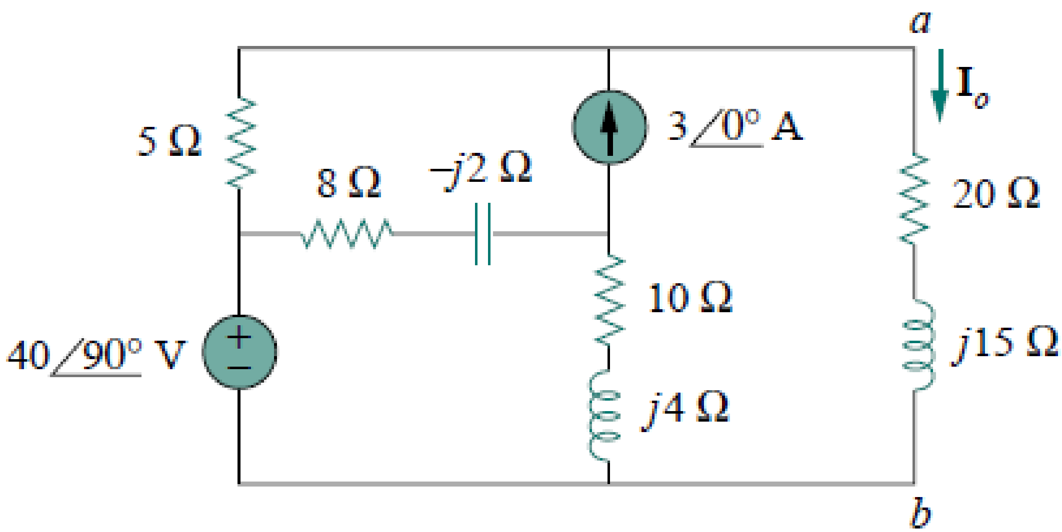
$$\mathbf{I}_3 = \mathbf{I}_2 + 3$$

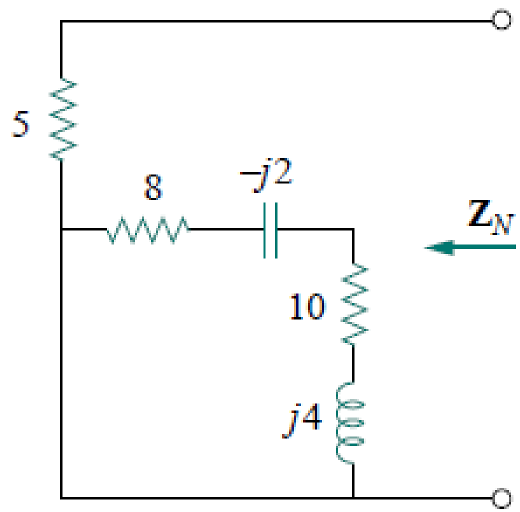
$$-j40 + 5\mathbf{I}_2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad \mathbf{I}_2 = j8$$

$$\mathbf{I}_3 = \mathbf{I}_2 + 3 = 3 + j8$$

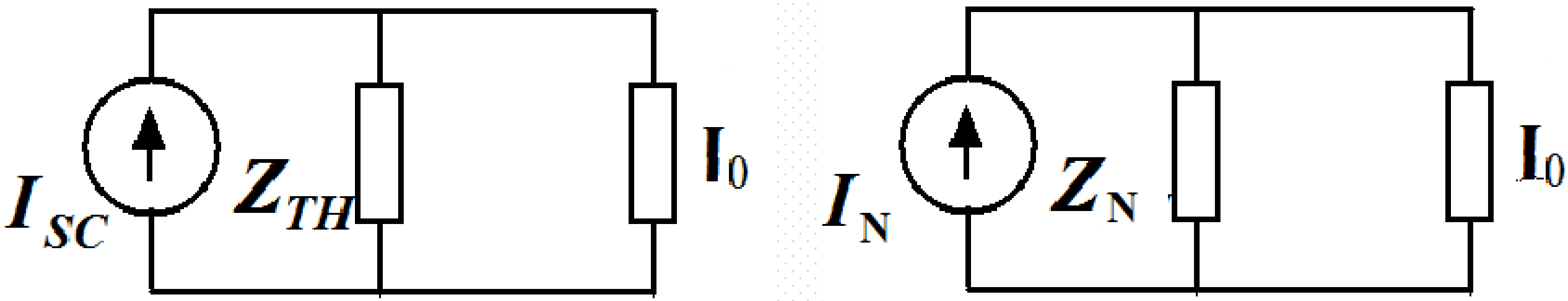
$$\mathbf{I}_N = \mathbf{I}_3 = (3 + j8)\ \text{A}$$

Örnek-2 I0 akımını Norton Analizi ile bulunuz



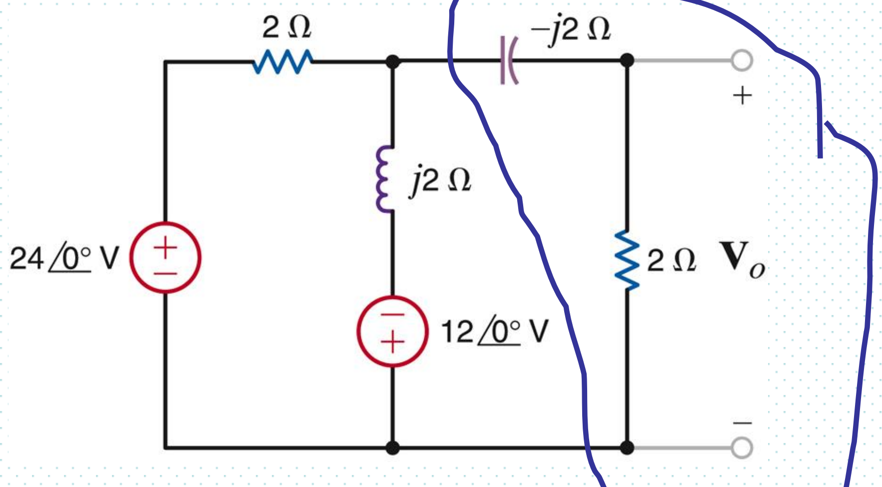


$$\mathbf{Z}_N = 5\ \Omega$$

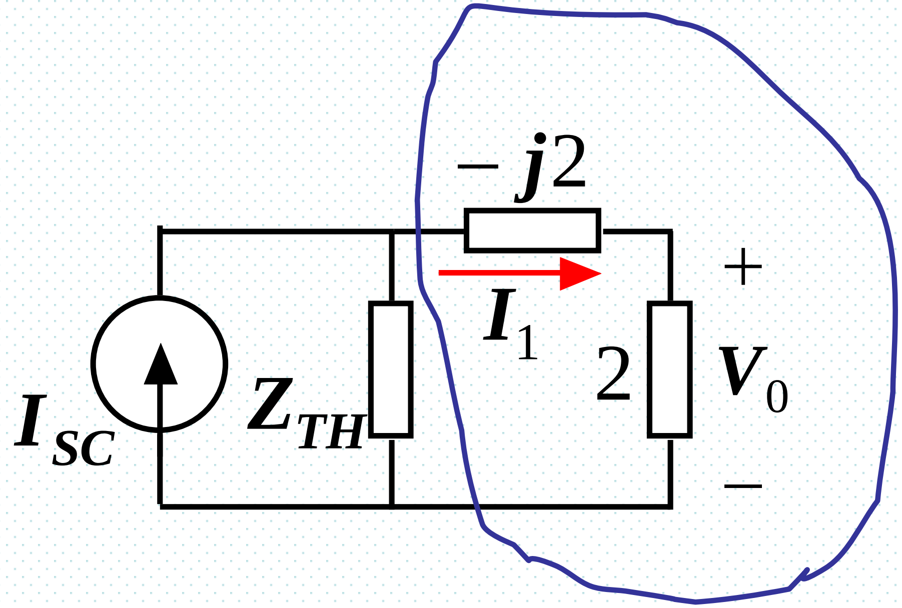


$$\mathbf{I}_o = \frac{5}{5 + 20 + j15}\mathbf{I}_N = \frac{3 + j8}{5 + j3} = 1.465\underline{/38.48^\circ}\ \text{A}$$

Siz Çözün V_0 gerilimini bulun

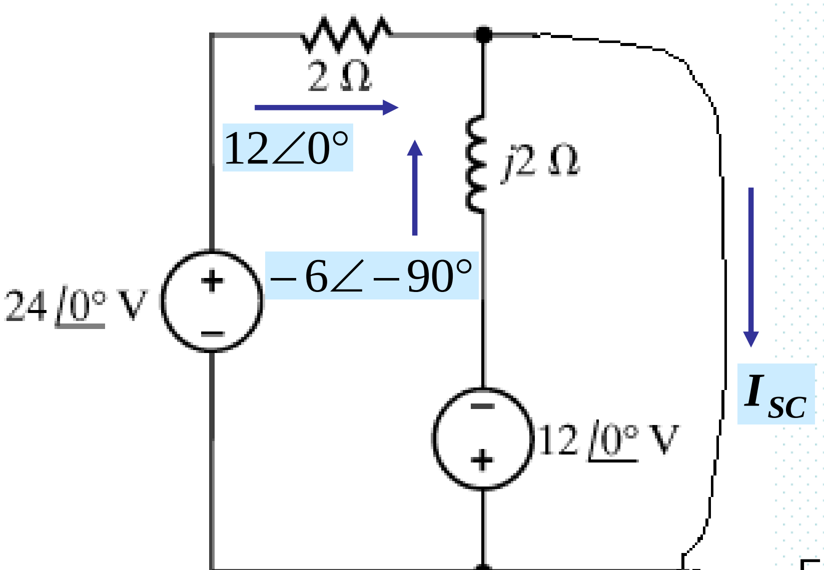


$$Z_{TH} = 2 \parallel j2$$



$$I_1 = \frac{Z_{TH}}{Z_{TH} + 2 - 2j} I_{SC}$$

$$V_0 = 2I_1$$

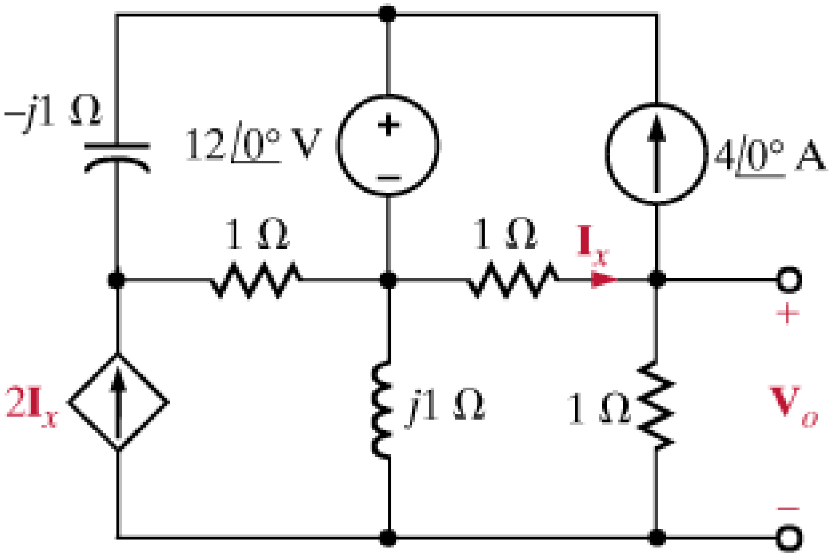


Bağımlı Kaynak İçeren Devrelerde AC Kalıcı Durum Analizi

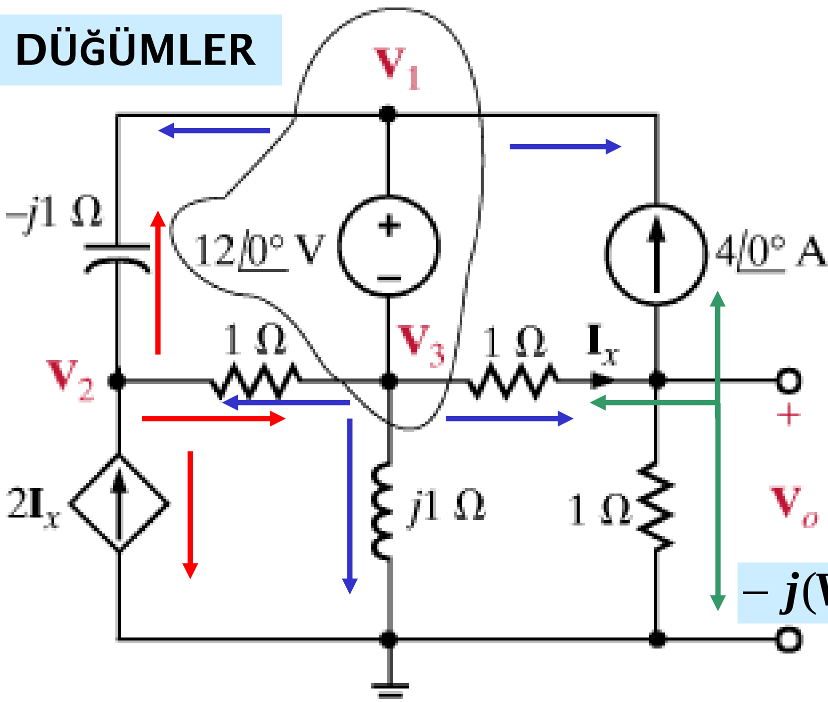
Bağımlı Kaynak İçeren Devrelerde AC Kalıcı Durum Analizi

Düğüm Analizi

ÖRNEK-2 DÜĞÜM ANALİZİ İLE V$_0$'I BULUN



DÜĞÜMLER



Uygun referans düğümü seçin

$$\text{Superdugum den}: \ \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_3 = 12\angle 0°$$

Superdugum e KAK uygulandig inda

$$-\mathbf{4\angle 0°} + \frac{\mathbf{V_3 - V_0}}{\mathbf{1}} + \frac{\mathbf{V_3 - V_2}}{\mathbf{1}} + \frac{\mathbf{V_1 - V_2}}{\mathbf{-j}} + \frac{\mathbf{V_3}}{\mathbf{j}} = \mathbf{0}$$

V_2 için KAK uyg.

$$\frac{\mathbf{V_2 - V_1}}{\mathbf{-j}} - \mathbf{2I_x} + \frac{\mathbf{V_2 - V_3}}{\mathbf{1}} = \mathbf{0}$$

V_0 için KAK uyg.

$$\frac{\mathbf{V_0}}{\mathbf{1}} + \frac{\mathbf{V_0 - V_3}}{\mathbf{1}} + \mathbf{4\angle 0°} = \mathbf{0} \quad \Rightarrow V_3 = 2V_0 + 4$$

Kontrol degiskeni

$$\mathbf{I_x} = \frac{\mathbf{V_3 - V_0}}{\mathbf{1}}$$

$$V_1 = V_3 + 12$$

$$V_1 = 2V_0 + 16$$

$$V_3 - V_0 = V_0 + 4$$

$$j(V_2 - 2V_0 - 16) - 2(V_0 + 4) + (V_2 - 2V_0 - 4) = 0$$

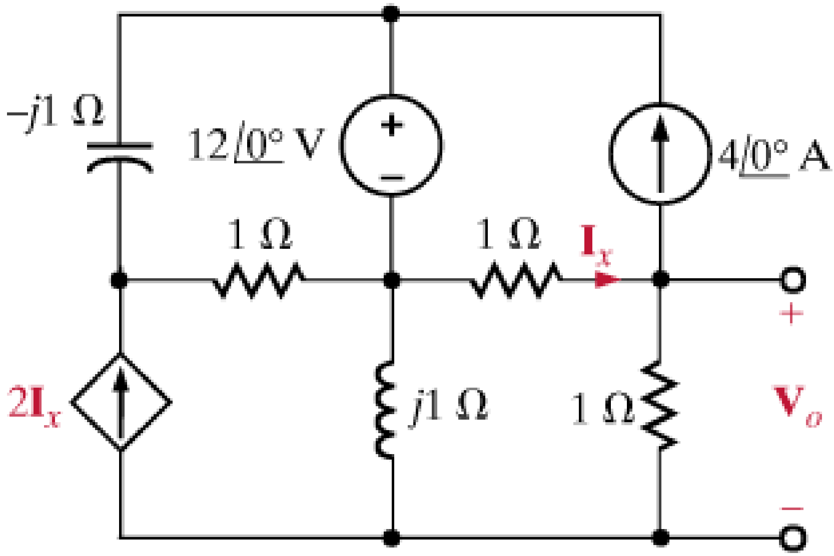
$$-j(V_2 - 2V_0 - 16) - (V_2 - 2V_0 - 4) + (V_0 + 4) - j(2V_0 + 4) = 4$$

$$\mathbf{V_0} = -\frac{\mathbf{8 + 4j}}{\mathbf{1 + 2j}} = 4\angle 143{,}13$$

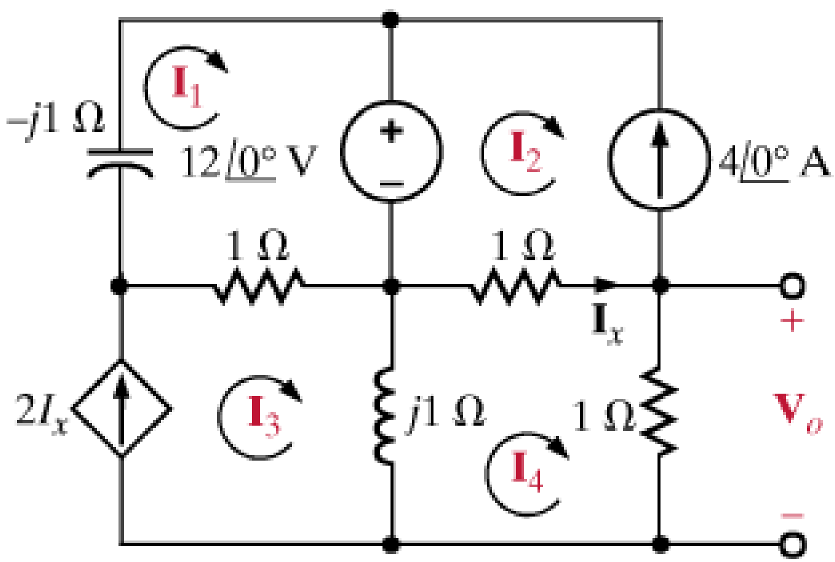
Bağımlı Kaynak İçeren Devrelerde AC Kalıcı Durum Analizi

Çevre Akımlar Analizi

ÖRNEK: ÇEVRE ANALİZİ İLE V_0'I BULUN



ÇEVRE AKIMLARI BELİRLENİR



KAYNAKLAR TARAFINDAN BELİRLENEN ÇEVRE AKIMLARI

$$I_2 = -4\angle 0^\circ$$

$$I_3 = 2I_x \quad \Rightarrow I_3 = 2(I_4 + 4)$$

ÇEVRE 1 :

$$-j\mathbf{I}_1 + 12\angle 0^\circ + 1(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_3) = 0$$

ÇEVRE 4 :

$$1(\mathbf{I}_4 - \mathbf{I}_2) + 1 \times \mathbf{I}_4 + j(\mathbf{I}_4 - \mathbf{I}_3) = 0$$

$$\mathbf{I}_x = \mathbf{I}_4 - \mathbf{I}_2$$

$$\mathbf{V}_0 = 1 \times \mathbf{I}_4 (\mathrm{V})$$

$$I_4 + 4 + I_4 + j(I_4 - 2(I_4 + 4)) = 0$$

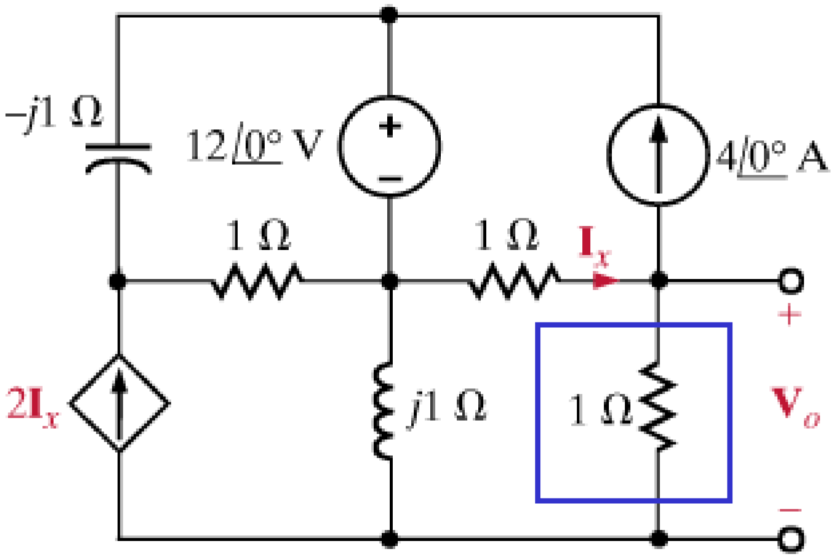
$$(2 - j)I_4 = -(4 - 8j) \Rightarrow I_4 = -\frac{4 - 8j}{2 - j} \times \frac{j}{j}$$

$$\mathbf{V}_0 = -\frac{(8 + 4j)}{1 + 2j} = 4\angle 143{,}13$$

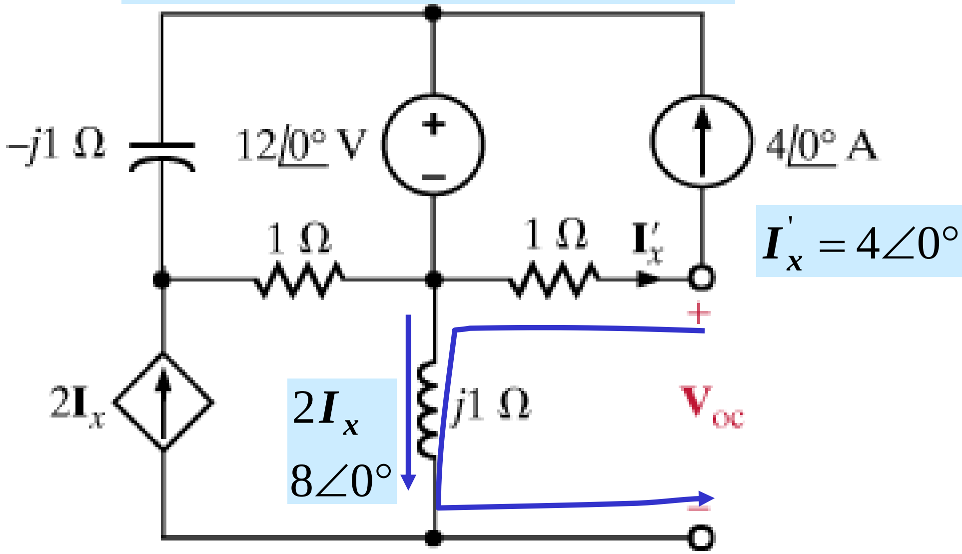
Bağımlı Kaynak İçeren Devrelerde AC Kalıcı Durum Analizi

Thevenin Analizi

ÖRNEK: V_0 gerilimini Thevenin analiziyle bulunuz



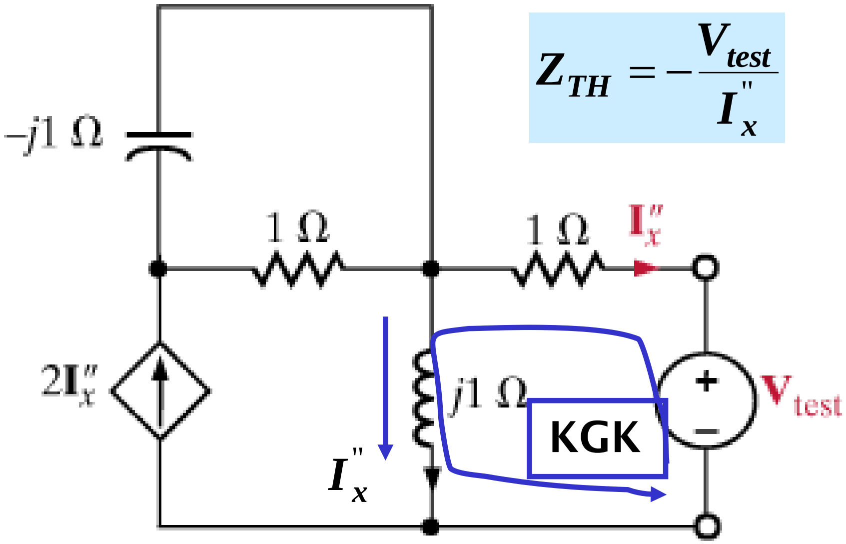
AÇIK DEVRE GERİLİMİ İÇİN;



$$\mathbf{V_{OC}} = \mathbf{-4+8j(V)}$$

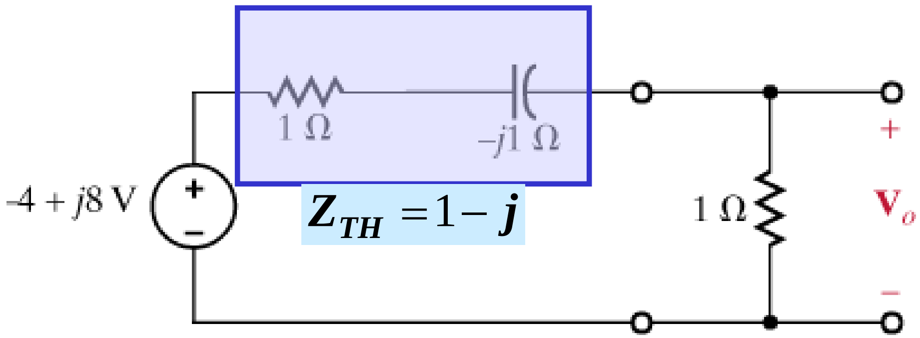
ÖRNEK devam: V_0 gerilimini Thevenin analiziyle bulunuz

Thevenin Empedansını hesaplamanın diğer yolu:
1. Bağımsız kaynakları sıfır yap
2. Harici bir kaynak bağla



$$Z_{TH} = -\frac{V_{test}}{I_x''}$$

$$V_{test} = -I_x'' + jI_x'' \Rightarrow Z_{TH} = 1 - j(\Omega)$$

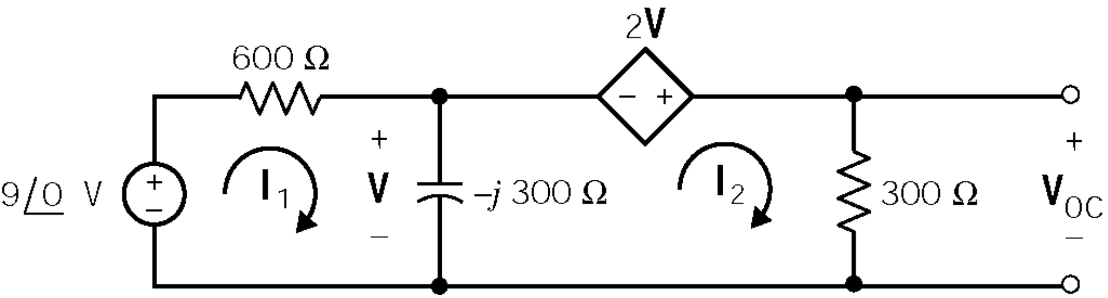


$$Z_{TH} = 1 - j$$

$$\mathbf{V_0} = \frac{1}{2-j}(-4+8j)(V)$$

$$\mathbf{V_0} = 4\angle 143{,}13^0\, V$$

Örnek-2. a-b uçlarına göre Thevenin eşdeğerini bulunuz



$$\mathbf{V} = -j300(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2)$$

$$600\,\mathbf{I}_1 - j300(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) = 9$$

$$-2\,\mathbf{V} + 300\,\mathbf{I}_2 - j300(\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1) = 0$$

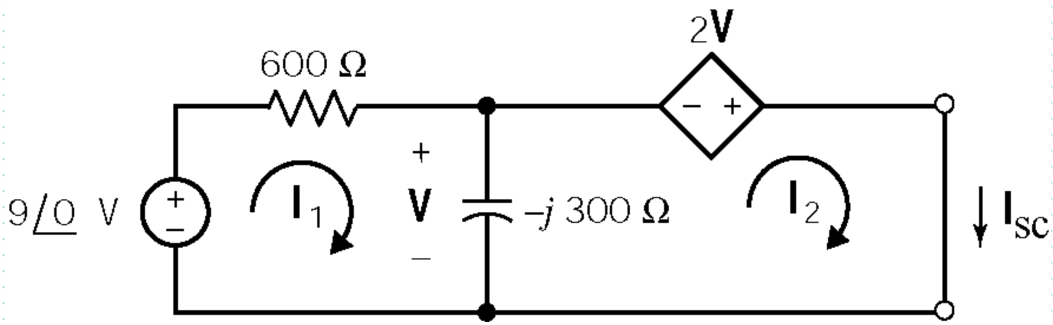
$$(600 - j300)\mathbf{I}_1 + j300\,\mathbf{I}_2 = 9\angle 0^\circ$$

$$j3\,\mathbf{I}_1 + (1 - j3)\mathbf{I}_2 = 0$$

$$\mathbf{I}_2 = 0.0124\angle -16^\circ \text{ A}$$

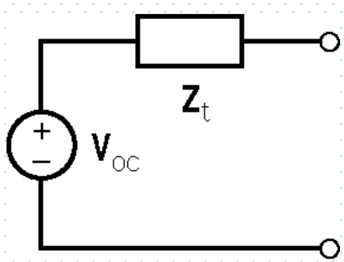
$$\mathbf{V}_{oc} = 300\,\mathbf{I}_2 = 3.71\angle -16^\circ \text{ V}$$

Örnek-2. (devam)

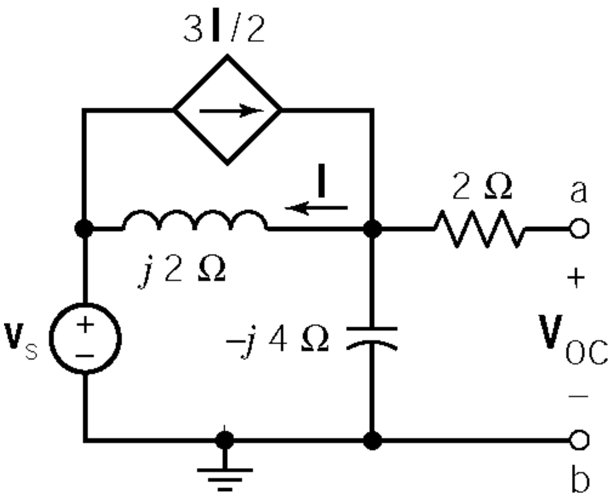


$$-2\mathbf{V}-\mathbf{V}=0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V}=0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I}_{sc}=\frac{9\angle 0^\circ}{600}=0.015\angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{T}}=\frac{\mathbf{V}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}}=\frac{3.71\angle -16^\circ}{0.015\angle 0^\circ}=247\angle -16^\circ \ \Omega$$



Örnek-3. a-b uclarina goreThevenin eşdeğerini bulunuz

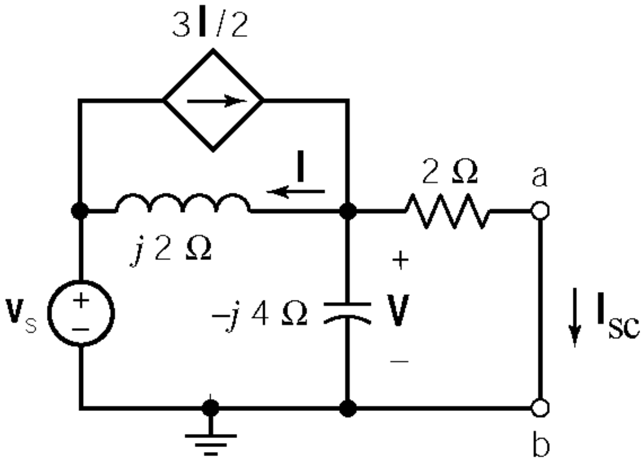


$$\mathbf{V}_s = 10\angle 53° = 6 + j8 \ \text{ V}$$

$$\frac{\mathbf{V}_{oc}}{-j4} + \frac{\mathbf{V}_{oc} - (6 + j8)}{j2} - \frac{3}{2}\left(\frac{\mathbf{V}_{oc} - (6 + j8)}{j2}\right) = 0$$

$$\mathbf{V}_{oc} = 3 + j4 = 5\angle 53.1° \ \text{ V}$$

Örnek-3. (devam)

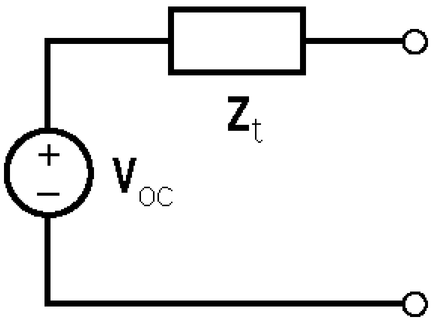


$$\mathbf{V}_s = 10\angle 53^\circ = 6 + j8 \ \text{V}$$

$$\frac{\mathbf{V}}{2} + \frac{\mathbf{V}}{-j4} + \frac{\mathbf{V}-(6+j8)}{j2} - \frac{3}{2}\left[\frac{\mathbf{V}-(6+j8)}{j2}\right] = 0$$

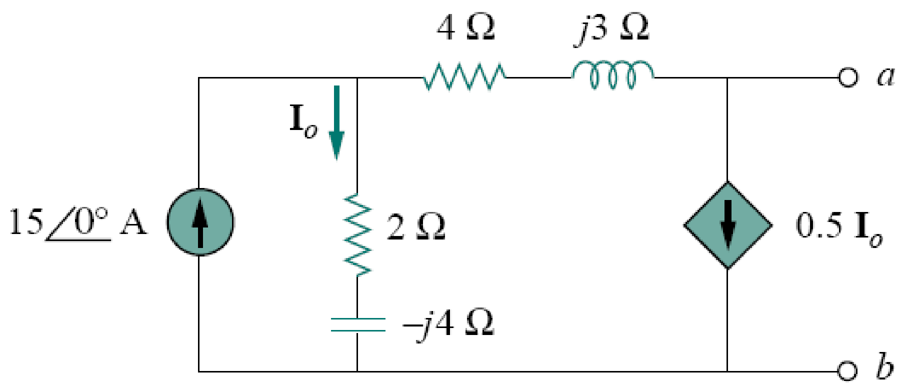
$$\mathbf{V} = \frac{3+j4}{1-j}$$

$$\mathbf{I}_{sc} = \frac{\mathbf{V}}{2} = \frac{3+j4}{2-j2}$$



$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{V}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} = 3+j4\left(\frac{2-j2}{3+j4}\right) = 2-j2 \ \Omega$$

Örnek-4 Verilen devrenin a-b uçlarına göre Thevenin Eşdeğerini elde ediniz

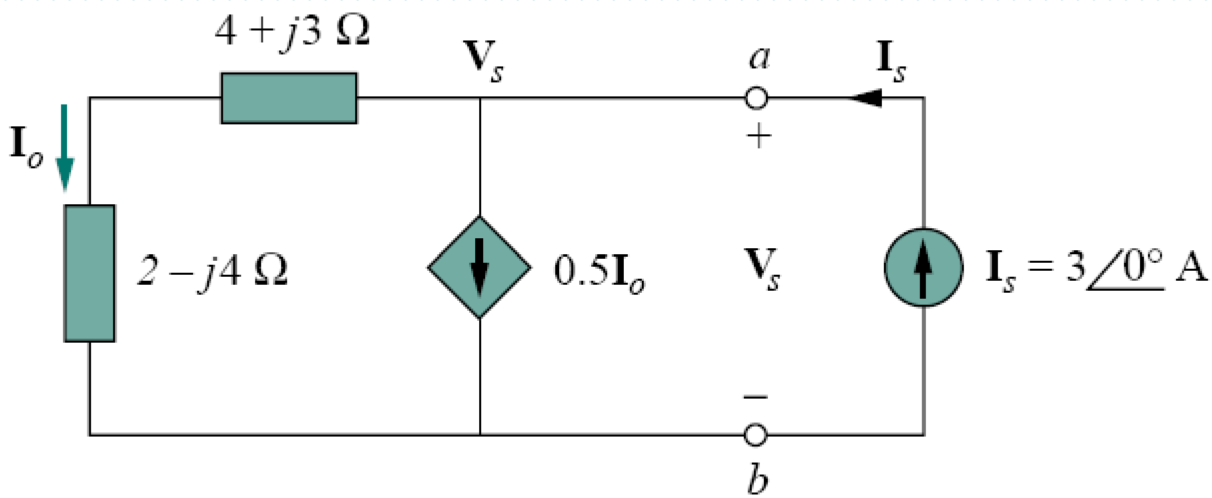


$$15 = \mathbf{I}_o + 0.5\mathbf{I}_o \qquad \Longrightarrow \qquad \mathbf{I}_o = 10\ \mathrm{A}$$

$$-\mathbf{I}_o(2 - j4) + 0.5\mathbf{I}_o(4 + j3) + \mathbf{V}_{\mathrm{Th}} = 0$$

$$\mathbf{V}_{\mathrm{Th}} = 10(2 - j4) - 5(4 + j3) = -j55$$

$$\mathbf{V}_{\mathrm{Th}} = 55\underline{/-90^\circ}\ \mathrm{V}$$



$$3 = \mathbf{I}_o + 0.5\mathbf{I}_o \qquad \Longrightarrow \qquad \mathbf{I}_o = 2\ \mathrm{A}$$

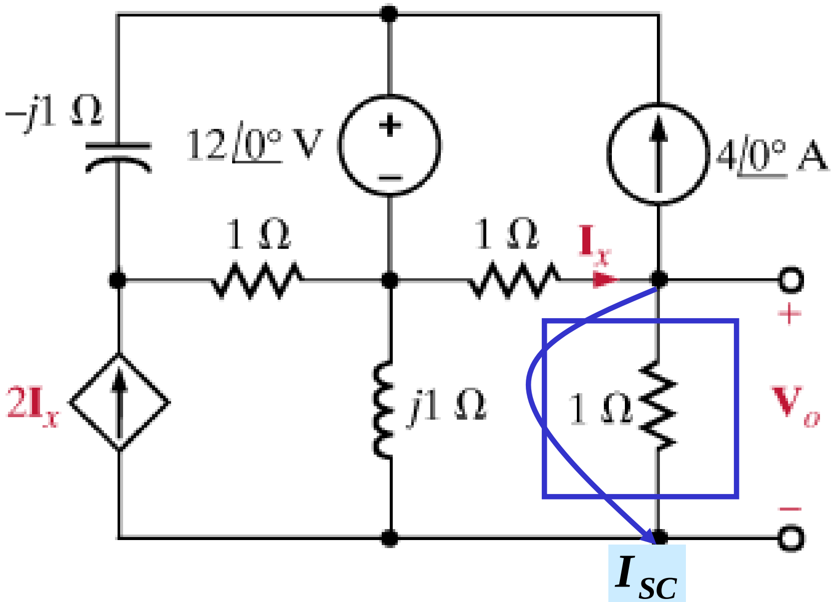
$$\mathbf{V}_s = \mathbf{I}_o(4 + j3 + 2 - j4) = 2(6 - j)$$

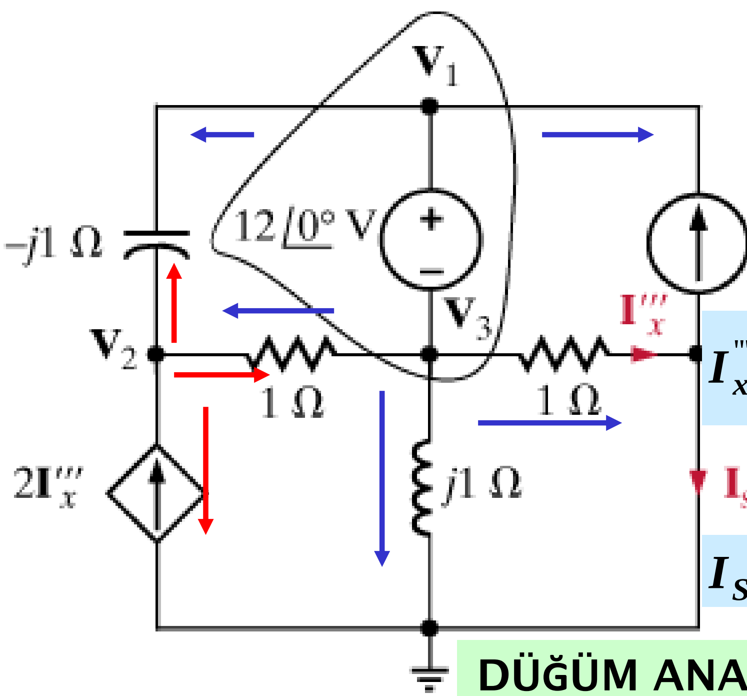
$$\mathbf{Z}_{\mathrm{Th}} = \frac{\mathbf{V}_s}{\mathbf{I}_s} = \frac{2(6 - j)}{3} = 4 - j0.6667\ \Omega$$

Bağımlı Kaynak İçeren Devrelerde AC Kalıcı Durum Analizi

Norton Analizi

ÖRNEK: V_0'ı Norton analiziyle bulunuz





$$I_x''' = \frac{V_3}{1} (A)$$

$$I_{SC} = I_x''' - 4$$

DÜĞÜM ANALİZİ İLE

Superdugum den;

$$\mathbf{V_1 - V_3 = 12\angle 0^\circ} \Rightarrow V_1 = V_3 + 12$$

KAK (Superdugu m)

$$\mathbf{\frac{V_3}{1} + \frac{V_3}{j} + \frac{V_3 - V_2}{1} + \frac{V_1 - V_2}{-j} - 4\angle 0^\circ = 0} \quad /\times j$$

$$\mathbf{KAK\ (V_2): \quad -2I_x''' + \frac{V_2 - V_3}{1} + \frac{V_2 - V_1}{-j} = 0} \quad /\times(-j)$$

$$\mathbf{I_x''' = \frac{V_3}{1}}$$

$$2jV_3 - j(V_2 - V_3) + (V_2 - V_3 - 12) = 0$$

$$(1-j)V_2 - (1-3j)V_3 = 12$$

$$(1+j)V_3 + jV_3 - jV_2 - (V_3 + 12) + V_2 = 4j$$

$$(1-j)V_2 + 2jV_3 = 12 + 4j$$

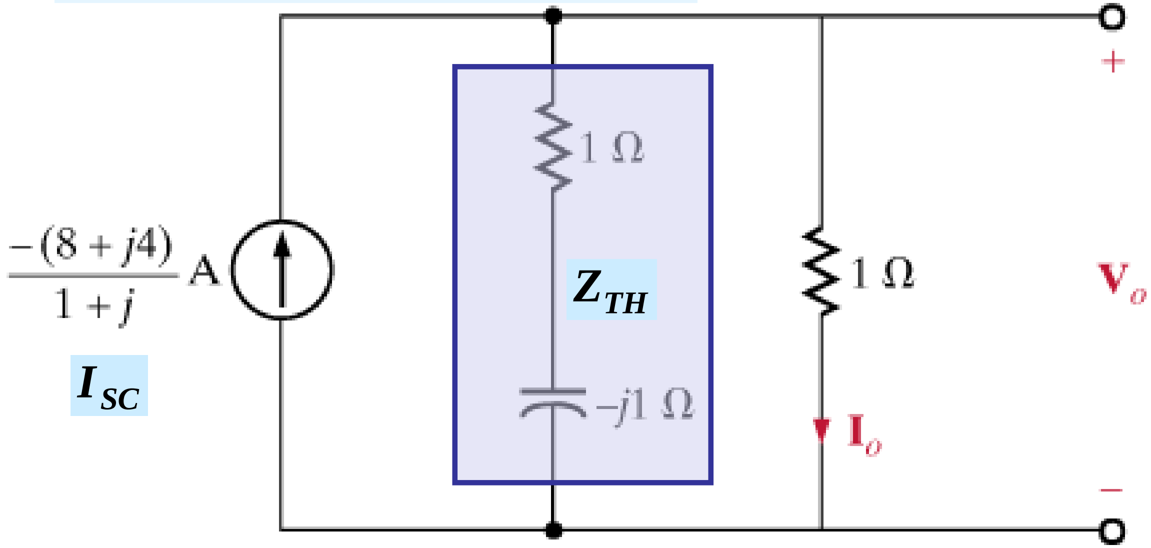
$$(1-j)V_3 = 4j \Rightarrow V_3 = \frac{4j}{1-j} \Rightarrow I_{SC} = \frac{-4+8j}{1-j}$$

$$I_{SC} = \frac{(-4+8j)j}{(1-j)j} = -\frac{8+4j}{1+j}$$

Şimdi Norton Eşdeğer Devresini çizebiliriz …

ÖRNEK -devam: V_0'ı Norton analiziyle bulunuz

NORTON EŞDEĞER DEVRESİ



$$\mathbf{V_0} = (1)\mathbf{I_0}(\mathbf{V})$$

Akım Bölüşümü ile

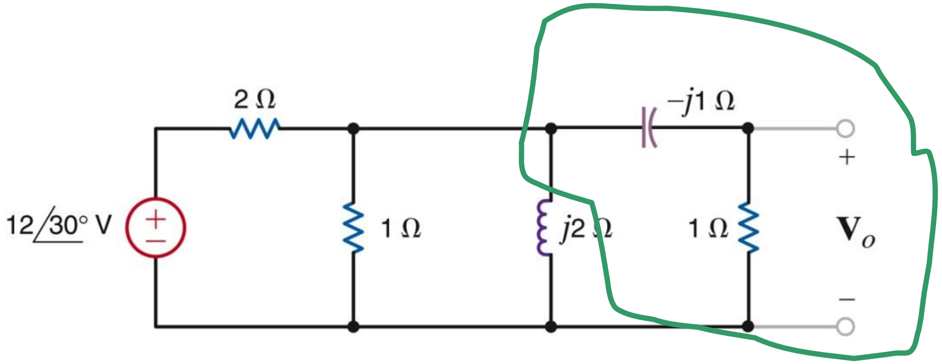
$$\mathbf{I_0} = \frac{1-j}{2-j}\left(-\frac{(8+4j)}{1+j}\right)(A)$$

$$\mathbf{V_0} = (1)\mathbf{I_0}(\mathbf{V}) = \frac{1-j}{2-j}\left(-\frac{(8+4j)}{1+j}\right)(\mathbf{V})$$

$$\mathbf{V_0} = 4\angle 143{,}13^0\,Volt$$

ÇALIŞMA SORULARI

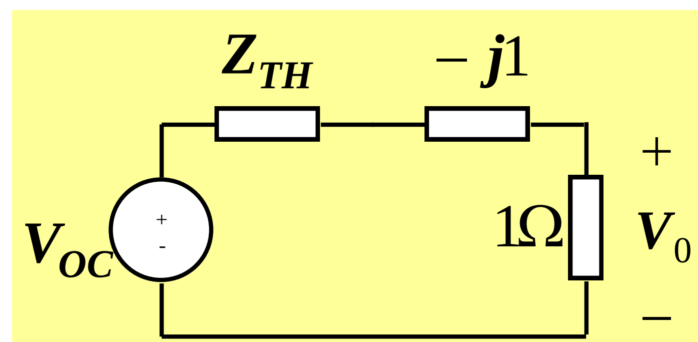
V_0'ı Thevenin analiziyle bulunuz



$$Z_{TH} = 2\,\|\,1\,\|\,j2 = \frac{4j/3}{2/3 + j2} = \frac{4j}{2+6j} = \frac{4j(2-6j)}{40}$$

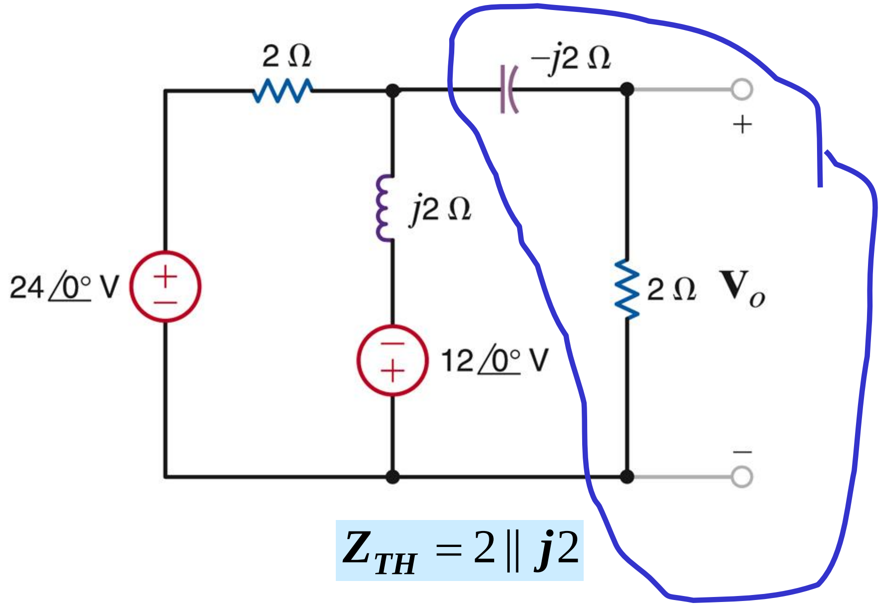
$$V_{OC} = \frac{1\,\|\,j2}{2+(1\,\|\,j2)}12\angle 30^\circ = \frac{j2}{2(1+2j)+2j}12\angle 30^\circ$$

$$V_{OC} = \frac{24\angle 120^\circ}{2+6j} = \frac{12\angle 120^\circ}{1+3j}$$

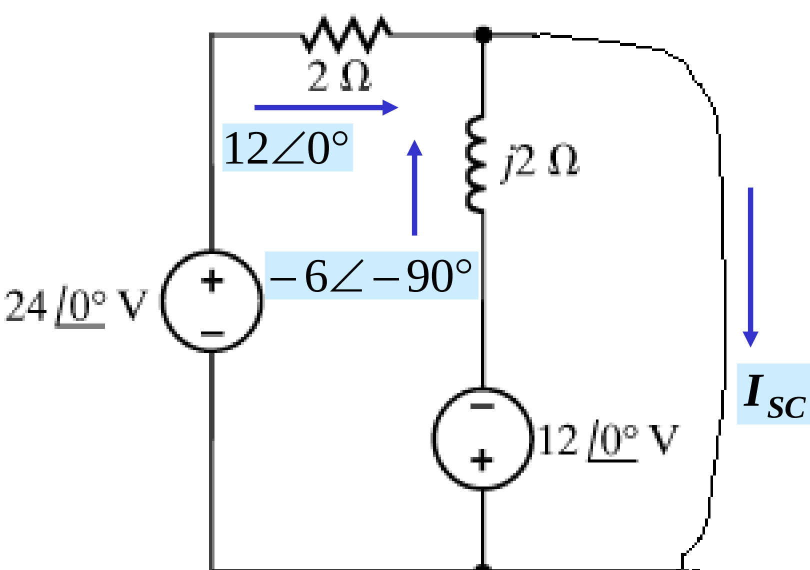


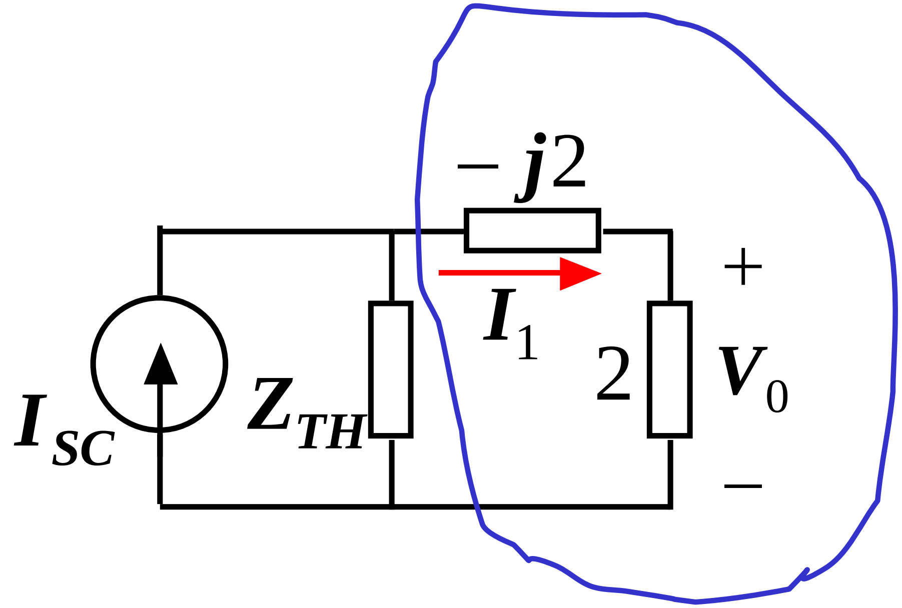
$$V_0 = \frac{1}{Z_{TH}+1-j}V_{OC}$$

V_0'ı Norton analiziyle bulunuz



$$Z_{TH} = 2 \parallel j2$$





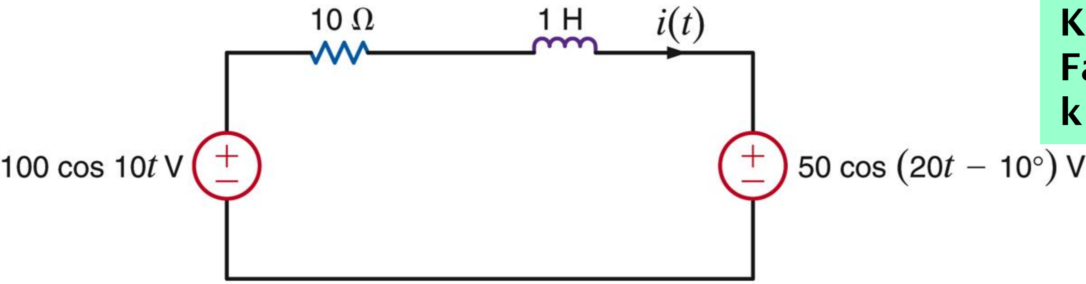
$$I_1 = \frac{Z_{TH}}{Z_{TH} + 2 - 2j} I_{SC}$$

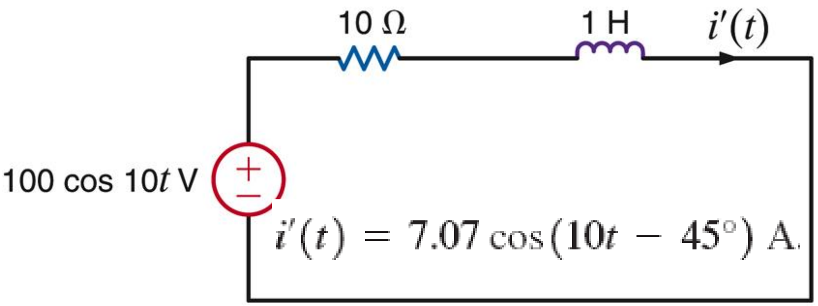
$$V_0 = 2I_1$$

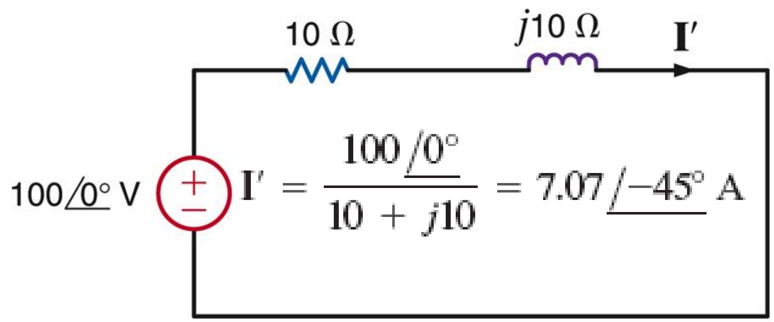
Çalışma Sorusu

Kalıcı durumda i(t) akımını bulun

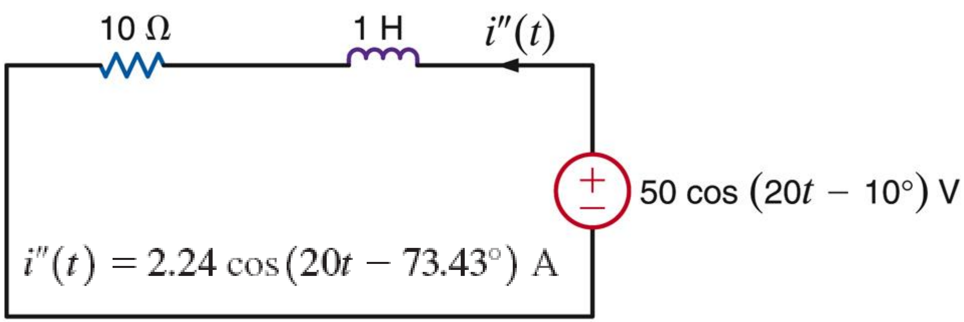
Kaynaklar farklı frekanslara sahiptir! Fazör analizi için Kaynak Süperpozisyonu kullanılmak zorundadır

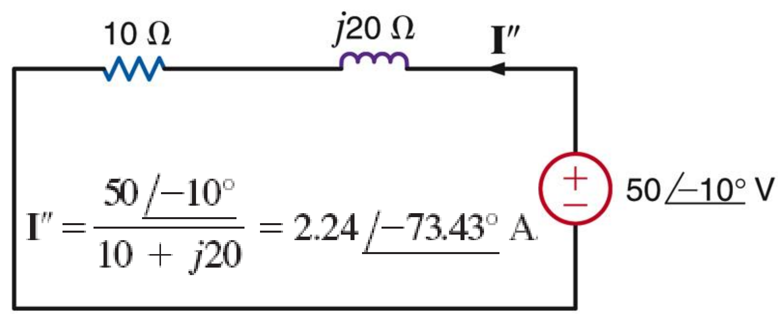






Frekans düzlemi





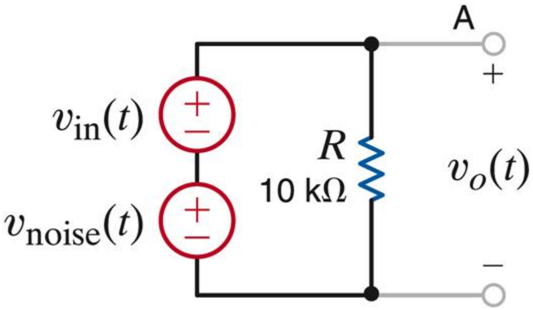
Kaynak 2: FREKANS 20r/s

$$i'(t) - i''(t) = 7.07\cos(10t - 45°) - 2.24\cos(20t - 73.43°) \text{ A}$$

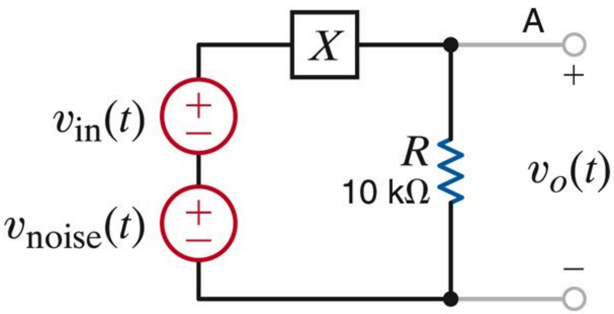
Süperpozisyon prensibi

ÖĞRENME UYGULAMASI

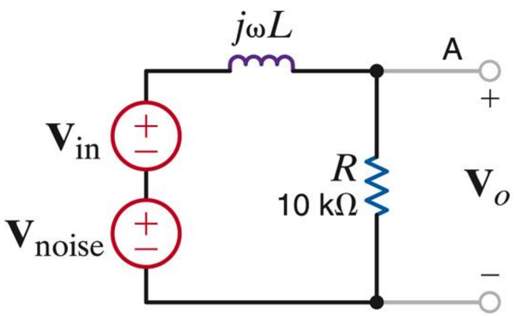
GÜRÜLTÜNÜN RED EDİLMESİ



Gürültü sinyalden çok daha yüksek frekansa (700 kHz) sahiptir. Yüksek frekansları 'engellemenin' bir yolunu bulun.



Empedans X düşük frekanslarda düşük (sıfır) değere ve gürültü frekansında ise çok yüksek değere sahip olmalıdır.



$$\mathbf{V}_o = \left[\frac{R}{R + j\omega L}\right]\mathbf{V}_1$$

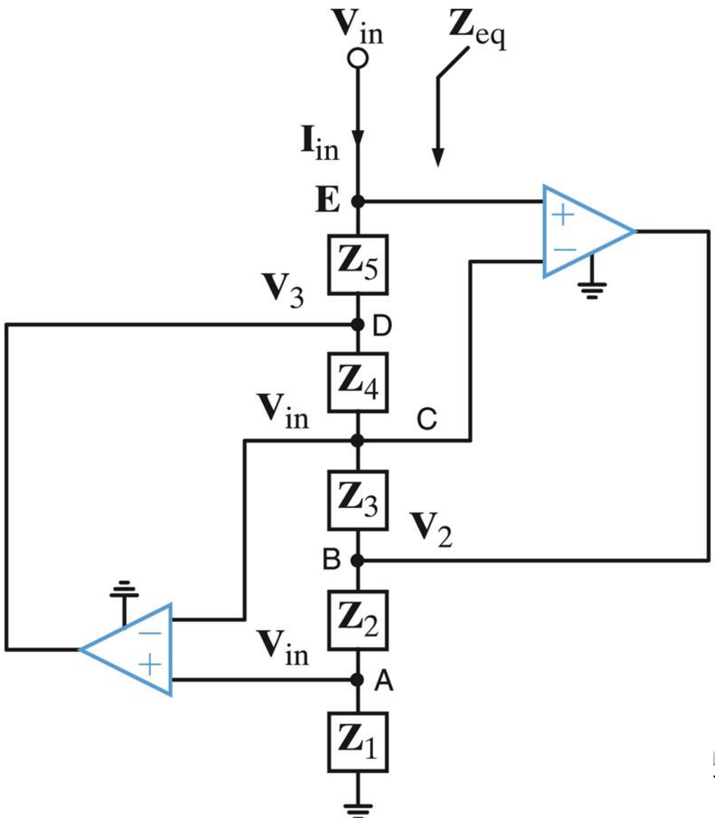
Gürültünün genliğini 10 kat azaltın

$$\left|\frac{R}{R + j\omega L}\right| = \frac{1}{10} \quad \text{at } f = 700 \text{ mHz}$$

$$L = 22.6 \text{ mH}$$

ÖRNEK

GENEL EMPEDANS DÖNÜŞTÜRÜCÜ



$$V_A = V_C = V_{IN} \quad \textbf{(ideal OpAmp)}$$

@A: $\dfrac{\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_{in}}{\mathbf{Z}_2} = \dfrac{\mathbf{V}_{in}}{\mathbf{Z}_1}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_{in}\left[1 + \dfrac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1}\right]$

@C: $\dfrac{\mathbf{V}_3 - \mathbf{V}_{in}}{\mathbf{Z}_4} = \dfrac{\mathbf{V}_{in} - \mathbf{V}_2}{\mathbf{Z}_3}$ $\quad \mathbf{V}_3 = \mathbf{V}_{in}\left[1 + \dfrac{\mathbf{Z}_4}{\mathbf{Z}_3}\right] - \mathbf{V}_2\left[\dfrac{\mathbf{Z}_4}{\mathbf{Z}_3}\right]$

$$\mathbf{V}_3 = \mathbf{V}_{in}\left[1 - \frac{\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_4}{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3}\right]$$

@E: $\mathbf{I}_{in} = \dfrac{\mathbf{V}_{in} - \mathbf{V}_3}{\mathbf{Z}_5}$ $\quad \mathbf{I}_{in} = \mathbf{V}_{in}\left[\dfrac{\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_4}{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3\mathbf{Z}_5}\right]$

$$\frac{}{\mathbf{I}_{in}} = \left[\frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3\mathbf{Z}_5}{\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_4}\right]$$

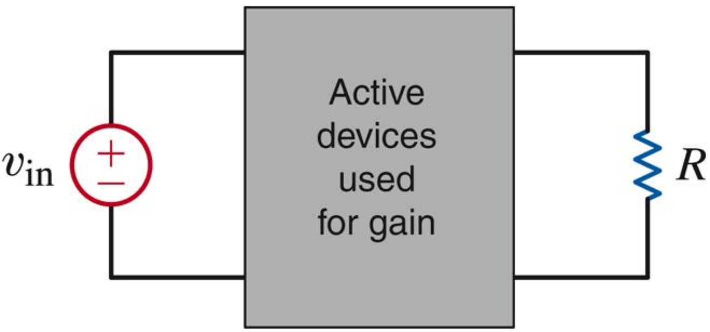
Uygun empedans seçimleri, Istenen herhangi bir Eşdeğerin oluşturulmasına izin verir.

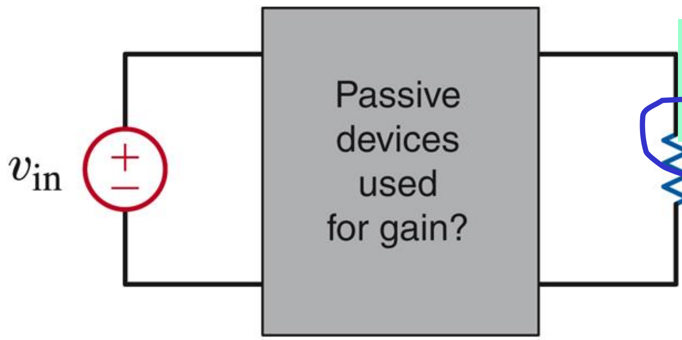
$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{Z}_3 = \mathbf{Z}_5 = \mathbf{Z}_2 = R$ and $\mathbf{Z}_4 = 1/j\omega C,$ $\Rightarrow$ $\mathbf{Z}_{eq} = j\omega CR^2 = j\omega L_{eq}$

1k Ohm direnç 1 H eşdeğer endüktansa dönüşür !!

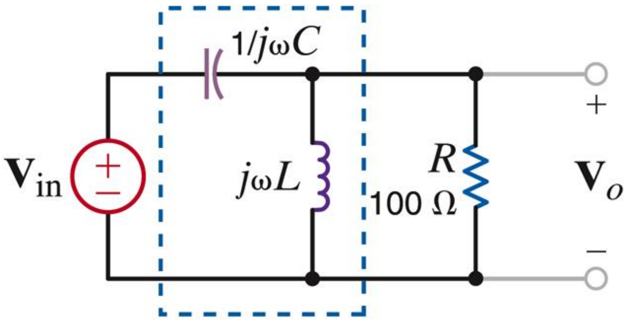
TASARIMLA ÖĞRENME

BİRDEN BÜYÜK KAZANÇLAR OLUŞTURMAK İÇİN PASİF ELEMANLAR KULLANMAK





1KhZ de R=100 iken KAZANÇ ÜRETİN=10



$$\frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_{in}} = \left[\frac{\mathbf{Z}}{\mathbf{Z} + \dfrac{1}{j\omega C}}\right]$$

$$\frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_{in}} = \left[\frac{j\omega L}{j\left[\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right] + \dfrac{L}{CR}}\right]$$

$$\mathbf{Z} = \frac{(j\omega L)R}{j\omega L + R}$$

$$\omega^2 LC = 1 \Rightarrow \quad \frac{\mathbf{V}_o}{\mathbf{V}_{in}} = j\omega RC$$

$$\Rightarrow C = 15.9\mu F$$

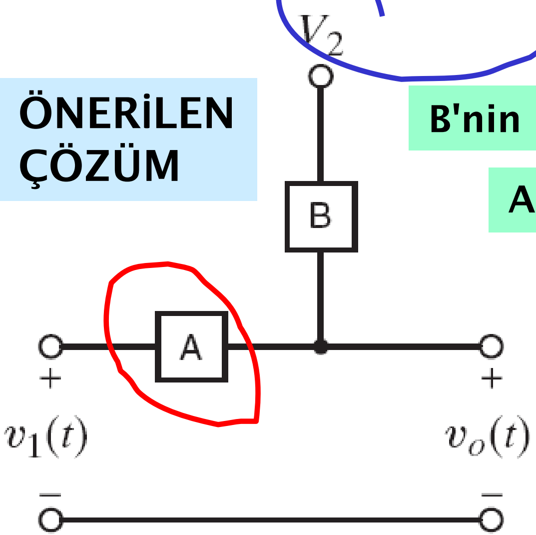
$$\Rightarrow L = 1.59mH$$

TASARIMLA ÖĞRENME

PASİF TOPLAMA DEVRESİ - T NETWORK

$$v_o(t) = 2.5 + 2.5\cos\omega t, \quad \omega = 2\pi f; \; f = 1GHz$$

ÖNERİLEN ÇÖZÜM



B'nin DC için sıfır empedansı olmalı ve yüksek frekansları bloke etmelidir

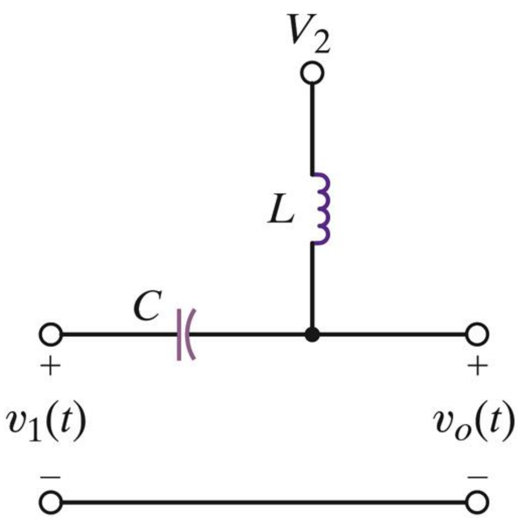
A DC'yi engellemeli ve 1GHz'de çok düşük empedansa sahip olmalıdır

DC'de KAPASİTÖR DAİMA AÇIK DEVRE
AMA 1GHz'DE SONSUZ İNDÜKSİYON İHTİYACI VAR.

SADECE EMPEDANSLARI ÇOK FARKLI YAPIN

ÖNERİLENLER

$$\omega C = 1; \; L\omega = 10k\Omega; \; \omega = 2\pi \times 10^9$$



$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi \times 10^9} = 159 \text{ pF}$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = 1.59 \; \mu\text{H}$$

$$v_o(t) = 2.5 + 2.50025\cos\left[2\pi 10^9 t\right]$$